

# Un peu de Physique pour comprendre le monde moderne (2019) – cours avancé

Bernard Remaud

---

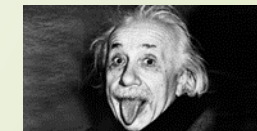
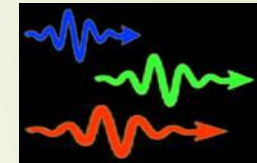
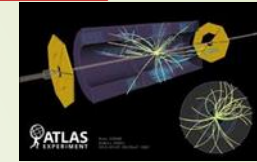


Ch 6 – Au-delà de l'équation de Schrödinger

Cette œuvre est mise à disposition sous licence Attribution - Partage dans les Mêmes Conditions 3.0 non transposé.  
Pour voir une copie de cette licence, visitez <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

**Le domaine d'application de l'équation de Schrödinger (1925) est limité :**

- Elle ne traite pas les phénomènes de **création et d'annihilation** des particules
- Elle ne traite que des particules ayant une **masse au repos non nulle**
- Elle n'est **pas compatible** avec la **relativité restreinte** (transformation de Lorentz), limitée aux particules de vitesse  $v < c$ .
- Le champ de forces donnant lieu au potentiel  $V(x)$  est traité de **manière classique** ; il n'est pas couplé avec la dynamique des particules (une particule chargée en mouvement génère son propre champ)
- Enfin, et surtout, elle décrit les particules/ondes dans un référentiel (espace-temps) fixe ; elle n'est **pas compatible avec la Relativité Générale**



L'équation de Schrödinger est limitée aux particules ayant une masse au repos et peu énergétiques

## Retour- Les fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique – 1 dimension

4

L'équation de Schrödinger pour une particule de masse  $m$  dans un puits de potentiel parabolique (états stationnaires)

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 A(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m \omega x^2 A(x) = E A(x)$$

Les solutions directes font intervenir les polynômes d'Hermite  $H_n(x)$  (X, Norm Sup, 1822-1901)

$$A_n(x) = |n\rangle = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x\right) e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$$

Avec les niveaux d'énergie quantifiés, équidistants  $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega$

L'équation se déduit du hamiltonien :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \hat{x}^2$$

Energie cinétique

Energie potentielle

Une normalisation des opérateurs du hamiltonien de l'oscillateur harmonique :

$$\hat{X} = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \hat{x}; \hat{P} = \frac{p_x}{\sqrt{m\omega\hbar}} \text{ et } \hat{H} = \frac{\hat{H}}{\hbar\omega}$$

montre la symétrie de l'hamiltonien :

$$\hat{H} = \frac{1}{2}(\hat{P}^2 + \hat{X}^2) = \frac{1}{2}(\hat{X} + i\hat{P})(\hat{X} - i\hat{P}) + \frac{1}{2}$$

Le terme supplémentaire  $\frac{1}{2}$  vient du fait que les opérateurs  $\hat{P}$  et  $\hat{X}$  ne commutent pas  $\hat{P}\hat{X} \neq \hat{X}\hat{P}$

On définit :  $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{X} + i\hat{P})$  et  $\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{X} - i\hat{P})$  que l'on fait agir sur une fonction d'onde  $|n\rangle$  :

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \text{ opérateur d'annihilation}$$

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle, \text{ opérateur de création}$$

$$\hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle = n|n\rangle, \text{ opérateur de comptage}$$

$$\hat{H} = \left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

Nous venons d'inventer les opérateurs de **création et d'annihilation**, qui seront utilisés dans les modèles d'interaction où le nombre de particules n'est pas conservé.

- L'équation de Schrödinger est limitée aux particules ayant une masse au repos et peu énergétiques
- L'oscillateur harmonique est à la base des modèles où le nombre de particules n'est pas conservé



Comment introduire la relativité restreinte pour les particules rapides ?

- L'énergie d'une particule en mouvement :  $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma mc^2$
- Une formulation valide (invariante) quel que soit le référentiel

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$


Énergie cinétique


Énergie au repos

Associons les opérateurs :

$$p_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}; p_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}; p_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}; \vec{p} = -i\hbar \vec{\nabla}$$

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$



$$\hbar^2 \left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right\} = -m^2 c^2 \Psi$$


## Equation de Klein-Gordon (1926)

$$\hbar^2 \left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right\} = -m^2 c^2 \Psi$$



Le mariage réussi de la mécanique quantique et de la relativité ?

Mais

- Le temps intervient au carré : nécessité de donner la valeur de  $\Psi$  et de sa **dérivée** comme conditions initiales
- $|\Psi|^2$  ne peut pas être considérée comme une densité de probabilité



Décrit les particules relativistes sans spin et trouve son **application en théorie quantique des champs** (voir plus loin) et **le boson de Higgs**

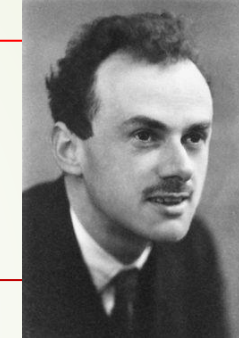


- L'équation de Schrödinger est limitée aux particules ayant une masse au repos et peu énergétiques
- L'oscillateur harmonique est à la base des modèles où le nombre de particules n'est pas conservé
- L'équation de Klein-Gordon est une extension relativiste, limitée aux particules de spin 0 (ou 1)

Si  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$  ne marche pas , pourquoi pas  $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$  ?  
La racine carrée d'un opérateur ????

Dirac (1928)

« Cet équilibre sur le sentier vertigineux entre le génie et la folie est terrible » (Einstein)



**Recette :**

- 1) Réécrire l'équation  $\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \Psi = -k^2 \Psi ; k^2 = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}$
- 2) Essayer de factoriser le premier membre  $\left\{ A \frac{\partial}{\partial x} + B \frac{\partial}{\partial y} + C \frac{\partial}{\partial z} + D \frac{i}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right\}^2$
- 3) Constaté les contraintes  
 $AB = AC = AD = \dots = 0 ; |A|^2 = \dots = |D|^2 = 1$
- 4) Utiliser vos **vastes connaissances mathématiques et votre imagination créatrice :**

A, B, C, D ne sont pas des nombres,  
mais **des matrices 4x4** , et  $\Psi$  a 4 composantes



$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (mc^2 \alpha_0 + c \vec{\alpha} \cdot \vec{p}) \Psi$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi^\uparrow \\ \psi^\downarrow \\ \varphi^\uparrow \\ \varphi^\downarrow \end{pmatrix}$$

$\Psi$  est une fonction d'onde à 4 composantes :

- les 2 premières correspondent aux 2 valeurs de spin  $\pm 1/2$
- les 2 autres (énergies négatives) ???
- Les  $\alpha_0, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  sont des matrices 4X4 (liées aux matrices de Pauli)

Le « coup » réussi de Dirac :

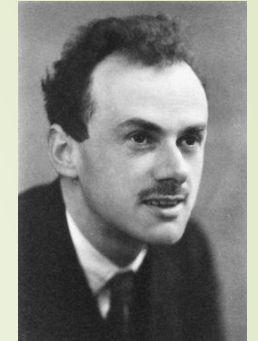
- Les composantes de  $\Psi$  sont des fonctions d'onde au sens classique du terme ;  $|\Psi_i|^2$  sont des densités de probabilité
- Le spin découle « naturellement » de la mise en compatibilité de la mécanique quantique avec la relativité restreinte
- Les équations différentielles sont linéaires (comme Schrödinger)
- L'équation de Dirac apporte des corrections aux calculs des niveaux atomiques et à leur transition, en meilleur accord avec l'expérience.

- L'équation de Schrödinger est limitée aux particules ayant une masse au repos et peu énergétiques
- L'oscillateur harmonique est à la base des modèles où le nombre de particules n'est pas conservé
- L'équation de Klein-Gordon est une extension relativiste, limitée aux particules de spin 0 (ou 1)
- L'équation de Dirac est compatible avec la Relativité restreinte, mais traite les champs de manière classique ; elle conduit naturellement à la définition du spin

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (mc^2 \alpha_0 + c \vec{\alpha} \cdot \vec{p}) \Psi$$

$$i\hbar \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc\psi = 0, \mu = 1..4$$

En notation tensorielle, (voir plus loin)

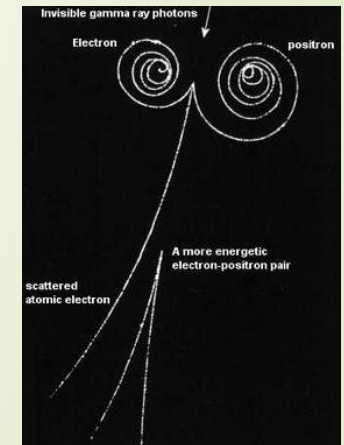


Le « coup » doublement réussi de Dirac :

- Les composantes  $\varphi$  ont des énergies négatives
- Découverte de l'antimatière

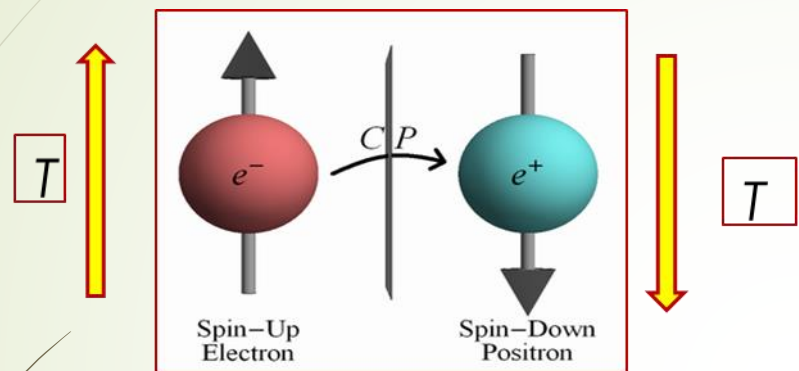
$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi^\uparrow \\ \psi^\downarrow \\ \varphi^\uparrow \\ \varphi^\downarrow \end{pmatrix}$$

Après quelques années d'hésitation, PM Dirac admet l'existence « physique » des solutions (1931) : pense d'abord aux protons, puis finalement admet l'existence du **positon (anti-électron)**  
Découvert expérimentalement par CA Anderson (1932) dans les rayons cosmiques





## Symétrie CP-T (charge, parité, temps)



Les fermions ont tous leur **antiparticule** (particule d'antimatière)  
 Les bosons de non chargés sont leur **propre antiparticule** (donc sauf les  $W^\pm$ ).

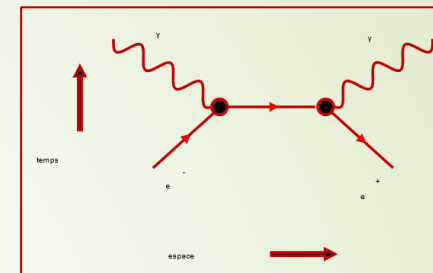
	1ÈRE GÉNÉRATION	2ÈME GÉNÉRATION	3ÈME GÉNÉRATION	BOSONS DE JAUGE	
masse →	$\approx 2.3 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.275 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.07 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 126 \text{ GeV}/c^2$
charge →	2/3	2/3	2/3	0	0
spin →	1/2	1/2	1/2	1	0
<b>QUARKS</b>	<b>u</b> up	<b>c</b> charm	<b>t</b> top	<b>g</b> gluon	<b>H</b> boson de Higgs
	<b>d</b> down	<b>s</b> strange	<b>b</b> bottom	<b><math>\gamma</math></b> photon	
<b>LEPTONS</b>	<b>e</b> électron	<b><math>\mu</math></b> muon	<b><math>\tau</math></b> tau	<b>Z</b> boson Z	
	<b><math>\nu_e</math></b> neutrino électronique	<b><math>\nu_\mu</math></b> neutrino muonique	<b><math>\nu_\tau</math></b> neutrino tauique	<b><math>W^\pm</math></b> bosons $W^\pm$	
	$0.511 \text{ MeV}/c^2$ -1 1/2	$105.7 \text{ MeV}/c^2$ -1 1/2	$1.777 \text{ GeV}/c^2$ -1 1/2	$91.2 \text{ GeV}/c^2$ 0 1	
	$<2.2 \text{ eV}/c^2$ 0 1/2	$<0.17 \text{ MeV}/c^2$ 0 1/2	$<15.5 \text{ MeV}/c^2$ 0 1/2	$80.4 \text{ GeV}/c^2$ $\pm 1$ 1	

Expérimentalement, au CERN, on a démontré que l'atome **antihydrogène** (un positon autour d'un antiproton) a les mêmes propriétés que l'atome ordinaire d'hydrogène.



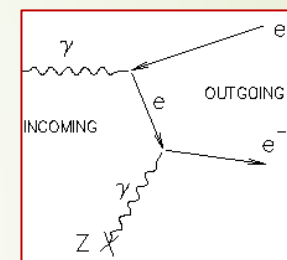
## Antimatière

Une particule et une antiparticule s'annihilent avec émission de photons très énergétiques (avec conservation des impulsions, énergies, etc...)



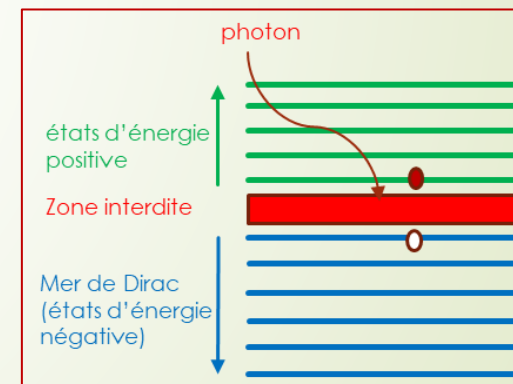
## Création de paires

Un photon très énergétique (au voisinage d'un noyau par exemple) peut créer une paire d'électron-antiélectron (positon)



## Le vide quantique (une interprétation) :

- Tous les états d'énergie négative occupés ; tous les états d'énergie positive vides
- Création de paires virtuelles : particule/antiparticule, satisfaisant la relation  $\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$



Par bitwise/VateGV —  
wikipedia

- L'équation de Schrödinger est limitée aux particules ayant une masse au repos et peu énergétiques
- L'oscillateur harmonique est à la base des modèles où le nombre de particules n'est pas conservé
- L'équation de Klein-Gordon est une extension relativiste, limitée aux particules de spin 0 (ou 1)
- L'équation de Dirac est compatible avec la Relativité restreinte ; elle conduit naturellement à la définition du spin
- L'équation de Dirac a prévu la découverte de l'antimatière et redéfinit la notion de vide.

## Equation de Dirac est limitée :

- Le champ (potentiel) est traité **classiquement** : les ondes issues équations de Maxwell ne sont pas les ondes quantiques
- L'effet de l'interaction des particules sur le champ n'est pas traité



## La crise de la seconde moitié du XXème siècle

- Des désaccords (limités mais nets) dans les spectres atomiques  
→ **nécessité de mieux traiter l'interaction lumière-matière**
- La nécessité de traiter de manière **quantique** l'interaction **champ-particules**

## Exemple, $g$ (facteur de Landé, pour les niveaux hyperfins des atomes) :

- $g = -2,0023$  valeur expérimentale
- **Inconnu** (Schrödinger) car effet purement relativiste
- $g = -2$  avec équation de Dirac
- $g = -2,002\ 319\ 304\ 361\ 82$ , valeur calculée (2015)



50 ans de recherche intensive

Principe de la théorie des Champs

- Formalisme lagrangien
- Traitement quantique des modes d'excitations des champs
- Les particules correspondent à des états d'excitation localisés des champs quantiques

Mais

- Des **difficultés théoriques inouïes**
- Des calculs longs et fastidieux, avec des **divergences** à traiter (renormalisation)
- De nouveaux outils inventés (**Diagrammes de Feynman**)

Exemple: l'électrodynamique quantique (QED – Tomonaga, Schwinger, Feynman, Dyson – 1946/1950)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu,$$

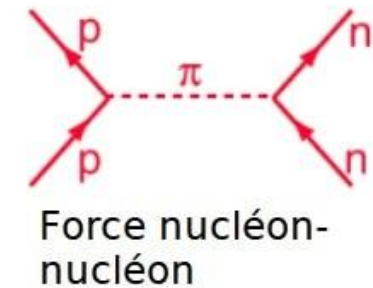
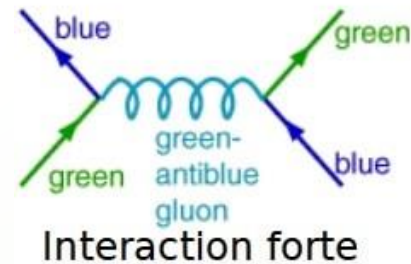
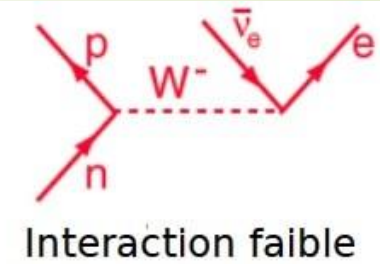
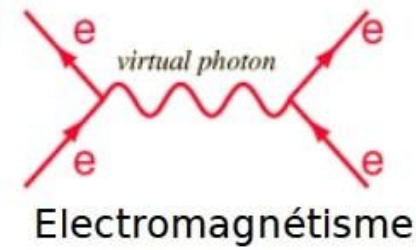
Lagrangien de l'électron libre (Dirac) avec  $\psi$  le champ des électrons – notation tensorielle

Intensité du champ électro-magnétique

Couplage électron-champ magnétique

Des outils graphiques ... mais beaucoup plus

Des règles de construction des lagrangiens qui les sous-tendent





$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SM} = & -\frac{1}{2}\partial_\nu g_\mu^a \partial_\nu g_\mu^a - g_s f^{abc} \partial_\mu g_\nu^a g_\nu^b g_\nu^c - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc} f^{ade} g_\mu^b g_\nu^c g_\mu^d g_\nu^e - \partial_\nu W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& M^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2}\partial_\nu Z_\mu^0 \partial_\nu Z_\mu^0 - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z_\mu^0 Z_\mu^0 - \frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - ig_{c_w} (\partial_\nu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - Z_\nu^0 (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^-) + Z_\mu^0 (W_\nu^+ \partial_\mu W_\nu^- - W_\nu^+ \partial_\mu W_\nu^-)) - \\
& ig_{s_w} (\partial_\nu A_\mu (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) - A_\nu (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\nu^+ \partial_\mu W_\mu^-) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^-)) - \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_\nu^+ W_\mu^- + \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_\mu^- W_\nu^+ + g^2 c_w^2 (Z_\mu^0 W_\nu^+ Z_\nu^0 W_\mu^- - \\
& Z_\mu^0 Z_\nu^0 W_\nu^+ W_\mu^-) + g^2 s_w^2 (A_\mu W_\nu^+ A_\nu W_\mu^- - A_\mu A_\nu W_\nu^+ W_\mu^-) + g^2 s_w c_w (A_\mu Z_\nu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - 2A_\mu Z_\mu^0 W_\nu^+ W_\nu^-) - \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial_\mu H - 2M^2 \alpha_h H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \\
& \beta_h \left( \frac{2M^2}{g^2} + \frac{2M}{g} H + \frac{1}{2}(H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2\phi^+ \phi^-) \right) + \frac{2M^4}{g^2} \alpha_h - \\
& g\alpha_h M (H^3 + H\phi^0 \phi^0 + 2H\phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{8}g^2 \alpha_h (H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+ \phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4H^2 \phi^+ \phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2) - \\
& gM W_\mu^+ W_\mu^- H - \frac{1}{2}g \frac{M}{c_w} Z_\mu^0 Z_\mu^0 H - \\
& \frac{1}{2}ig (W_\mu^+ (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - W_\mu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)) + \\
& \frac{1}{2}g (W_\mu^+ (H \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) + W_\mu^- (H \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu H)) + \frac{1}{2}g \frac{1}{c_w} (Z_\mu^0 (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) + \\
& M (\frac{1}{c_w} Z_\mu^0 \partial_\mu \phi^0 + W_\mu^+ \partial_\mu \phi^- + W_\mu^- \partial_\mu \phi^+) - ig \frac{s_w^2}{c_w} M Z_\mu^0 (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + ig_{s_w} M A_\mu (W_\mu^+ \phi^- - \\
& W_\mu^- \phi^+) - ig \frac{1-2c_w^2}{2c_w} Z_\mu^0 (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + ig_{s_w} A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \\
& \frac{1}{4}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- (H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+ \phi^-) - \frac{1}{8}g^2 \frac{1}{c_w} Z_\mu^0 Z_\mu^0 (H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1)^2 \phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{2}g^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + W_\mu^- \phi^+) - \frac{1}{2}ig^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
& W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}ig^2 s_w A_\mu H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - g^2 \frac{s_w}{c_w} (2c_w^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\
& g^2 s_w^2 A_\mu A_\mu \phi^+ \phi^- + \frac{1}{2}ig_s \lambda_{ij}^a (\bar{q}_i^\sigma \gamma^\mu q_j^\sigma) g_\mu^a - \bar{e}^\lambda (\gamma^\mu + m_e^\lambda) e^\lambda - \bar{\nu}^\lambda (\gamma^\mu + m_\nu^\lambda) \nu^\lambda - \bar{u}_j^\lambda (\gamma^\mu + \\
& m_u^\lambda) u_j^\lambda - \bar{d}_j^\lambda (\gamma^\mu + m_d^\lambda) d_j^\lambda + ig_{s_w} A_\mu (-\bar{e}^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3}(\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu u_j^\lambda) - \frac{1}{3}(\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu d_j^\lambda) + \\
& \frac{ig}{4c_w} Z_\mu^0 \{ (\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu (\frac{4}{3}s_w^2 - 1 - \gamma^5) d_j^\lambda) + \\
& (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3}s_w^2 + \gamma^5) u_j^\lambda) \} + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ \{ (\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) U^{lep}{}_{\lambda\kappa} e^\kappa) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) C_{\lambda\kappa} d_j^\kappa) \} + \\
& \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^- \{ (\bar{e}^\kappa U^{lep}{}_{\kappa\lambda} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}_j^\kappa C_{\kappa\lambda}^\dagger \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_j^\lambda) \} + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_e^\kappa (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) e^\kappa) + m_\nu^\lambda (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) e^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_e^\lambda (\bar{e}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) \nu^\kappa) - m_\nu^\kappa (\bar{e}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \gamma^5) \nu^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} H (\bar{\nu}^\lambda \nu^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} H (\bar{e}^\lambda e^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} \phi^0 (\bar{\nu}^\lambda \gamma^5 \nu^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} \phi^0 (\bar{e}^\lambda \gamma^5 e^\lambda) - \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \bar{\nu}_\kappa - \\
& \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \bar{\nu}_\kappa + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_d^\kappa (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) d_j^\kappa) + m_u^\lambda (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) d_j^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_u^\lambda (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) u_j^\kappa) - m_\nu^\kappa (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \gamma^5) u_j^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} H (\bar{u}_j^\lambda u_j^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} H (\bar{d}_j^\lambda d_j^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} \phi^0 (\bar{u}_j^\lambda \gamma^5 u_j^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda^2}{M} \phi^0 (\bar{d}_j^\lambda \gamma^5 d_j^\lambda) + G^a \partial^2 G^a + g_s f^{abc} \partial_\mu \bar{G}^a G^b g_\mu^c + \\
& \bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 - \frac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + ig_{c_w} W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{X}^0 X^- - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^0) + ig_{s_w} W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{Y} X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ Y) + ig_{c_w} W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \\
& \partial_\mu \bar{X}^0 X^+) + ig_{s_w} W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- Y - \partial_\mu \bar{Y} X^+) + ig_{c_w} Z_\mu^0 (\partial_\mu \bar{X}^+ X^- - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^+) + ig_{s_w} A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^- + \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^+) - \frac{1}{2}gM (\bar{X}^+ X^+ H + \bar{X}^- X^- H + \frac{1}{c_w} \bar{X}^0 X^0 H) + \frac{1-2c_w^2}{2c_w} igM (\bar{X}^+ X^0 \phi^+ - \bar{X}^- X^0 \phi^-) + \\
& \frac{1}{2c_w} igM (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + igM s_w (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + \\
& \frac{1}{2}igM (\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0) .
\end{aligned}$$

## Le lagrangien du modèle standard

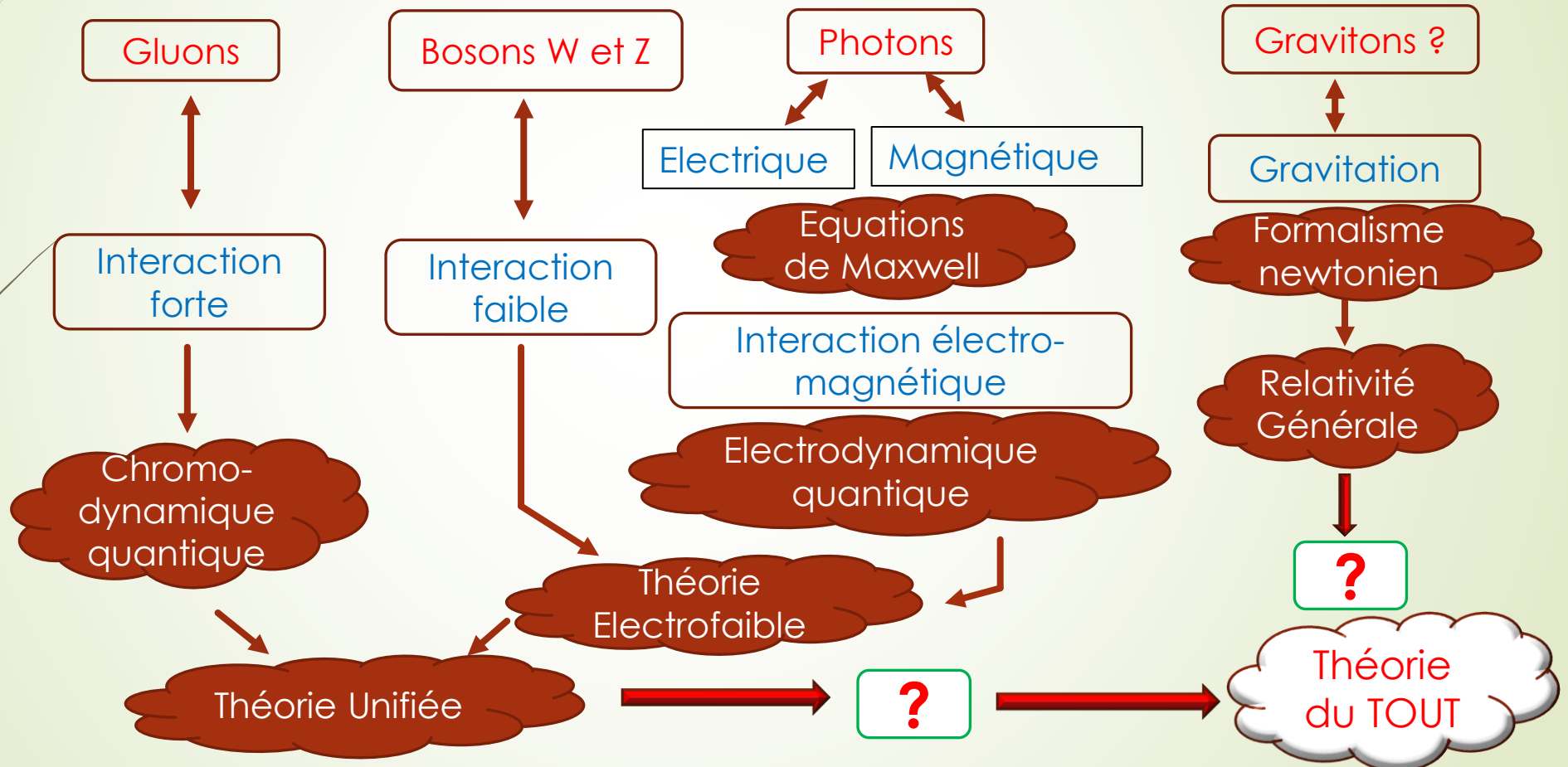


Dépend de nombreux paramètres (19) que l'on ne sait pas déterminer à partir des principes de base



- L'équation de Schrödinger est limitée aux particules ayant une masse au repos et peu énergétiques
- L'oscillateur harmonique est à la base des modèles où le nombre de particules n'est pas conservé
- L'équation de Klein-Gordon est une extension relativiste, limitée aux particules de spin 0 (ou 1)
- L'équation de Dirac est compatible avec la Relativité restreinte, mais traite les champs de manière classique ; elle conduit naturellement à la définition du spin
- La construction de la théorie quantique des champs a posé des problèmes majeurs - théoriques et de calcul.

### Les forces fondamentales et leurs vecteurs



- L'équation de Schrödinger est limitée aux particules ayant une masse au repos et peu énergétiques
- L'oscillateur harmonique est à la base des modèles où le nombre de particules n'est pas conservé
- L'équation de Klein-Gordon est une extension relativiste, limitée aux particules de spin 0 (ou 1)
- L'équation de Dirac est compatible avec la Relativité restreinte, mais traite les champs de manière classique ; elle conduit naturellement à la définition du spin
- La construction de la théorie quantique des champs a posé des problèmes majeurs - théoriques et de calcul.
- La théorie quantique des champs a permis des avancées vers la théorie du TOUT, en unifiant progressivement les théories pour les interactions fondamentales : électro-magnétisme, interaction faible, interaction forte.

### Les 3 crises de la Physique Quantique

- 1925 – **crise de l'interprétation** - l'équation de Schrödinger et les nouvelles théories « fonctionnent », mais sont inintelligibles  
Problème non résolu, mais une clarification des enjeux ; décohérence
- Années 1950 – **Explosion** du nombre de « **particules élémentaires** » (suite aux progrès expérimentaux) ; **élaboration « dans la douleur »** des théories quantique des champs  
Résolution des problèmes théoriques et techniques : QED, QCD, ...
- Années 2000 – **Echecs persistants** dans **l'unification** de la Mécanique Quantique avec la Relativité Générale

L'équation du grand TOUT n'est pas à portée de main



### Les incompatibilités fondamentales

- **Mécanique Quantique** Le Temps et l'Espace sont distincts et forment un référentiel fixe dans lequel se déroulent les phénomènes ; les grandeurs physiques sont quantifiées
- **Relativité Générale** : L'Espace-Temps est un référentiel qui fluctue selon les phénomènes qui s'y déroulent : les grandeurs physiques sont continues

### Vers l'unification, 2 (?) grandes démarches :

- **Théorie des cordes** – Partir de la Mécanique Quantique, la rendre compatible avec la Relativité Générale
- **Gravité à boucles** – Partir de la Relativité Générale et la rendre compatible avec la Mécanique Quantique



- L'équation de Schrödinger est limitée aux particules ayant une masse au repos et peu énergétiques
- L'oscillateur harmonique est à la base des modèles où le nombre de particules n'est pas conservé
- L'équation de Klein-Gordon est une extension relativiste, limitée aux particules de spin 0 (ou 1)
- L'équation de Dirac est compatible avec la Relativité restreinte, mais traite les champs de manière classique ; elle conduit naturellement à la définition du spin
- La construction de la théorie quantique des champs a posé des problèmes majeurs - théoriques et de calcul.
- La théorie quantique des champs a permis des avancées vers la théorie du TOUT, en unifiant progressivement les théories pour les interactions fondamentales : électromagnétisme, interaction faible, interaction forte.
- **MAIS**, l'unification de la Mécanique Quantique et de la Relativité Générale est hors de portée actuellement



Merci

[bernard.remaud@univ-nantes.fr](mailto:bernard.remaud@univ-nantes.fr)