

Un peu de Science pour comprendre le monde moderne

Saison 3 - Autrement

[Bernard Remaud](#)

bernard.remaud@univ-nantes.fr
<https://www.un-peu-de-physique.fr>



La chaîne YouTube



Le blog

S3- Ep3

La complexité

Les systèmes et leurs modèles

Œuvre sous licence [CC BY-SA 4.0](#) (attribution – partage aux mêmes conditions)



Le rêve impossible de Laplace (1814)

« Une intelligence qui, à un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était suffisamment vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome ; rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux. »

— Pierre-Simon Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités*



Prévoir le futur (et le passé)

Pourquoi aborder l'étude des systèmes complexes ?(2)

3

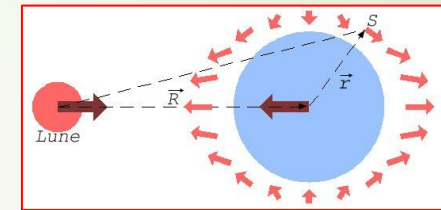
« **Prévoir** » :
Les saisons, le temps,
etc... (calendrier
mésopotamien)



<https://sites.google.com/>

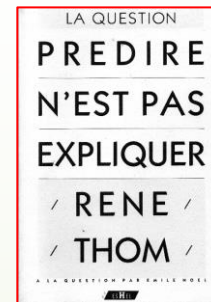
Prévoir
Comprendre
Expliquer

« **Expliquer** » pour mieux
prévoir : les lois physiques,
e.g. la loi de la gravitation et
les marées



By [Silentin](#) – Domaine public

Prévoir sans comprendre
La mécanique quantique



La science des systèmes va
montrer que l'on peut
**comprendre sans pouvoir
prévoir**

« Loi » de Titius-Bode



Publiée en 1770-1780, une « loi » qui donne la distance au soleil des planètes (connues à l'époque)

Distance en 1/10 de la distance Terre- Soleil

- Mercure : $4 + 3 \cdot 0 = 4$
- Vénus : $4 + 3 \cdot 1 = 7$
- Terre : $4 + 3 \cdot 2 = 10$
- Mars : $4 + 3 \cdot 4 = 16$
- $4 + 3 \cdot 8 = 28$
- Jupiter $4 + 3 \cdot 16 = 52$
- etc.

$$d_n = 4 + 3 \cdot 2^{n-1}$$

$$n = -\infty, 1, 2, 3, \dots$$

Planète	Rang	Titius-Bode	Exact	Erreur
Mercure	$-\infty$	0,4	0,387	3,4 %
Vénus	1	0,7	0,723	3,2 %
Terre	2	1,0	1,000	0,0 %
Mars	3	1,6	1,523	5,1 %
Cérès	4	2,8	2,765	1,3 %
Jupiter	5	5,2	5,203	0,1 %
Saturne	6	10,0	9,537	4,9 %
Uranus	7	19,6	19,229	1,9 %
Neptune	8	38,8	30,069	29,0 %

La mécanique quantique

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (mc^2 \alpha_0 + c \vec{\alpha} \cdot \vec{p}) \Psi$$

Ne rentre pas dans nos catégories mentales :

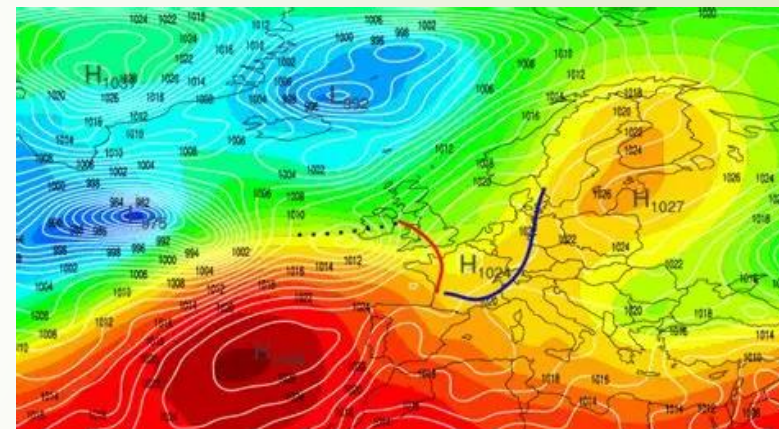
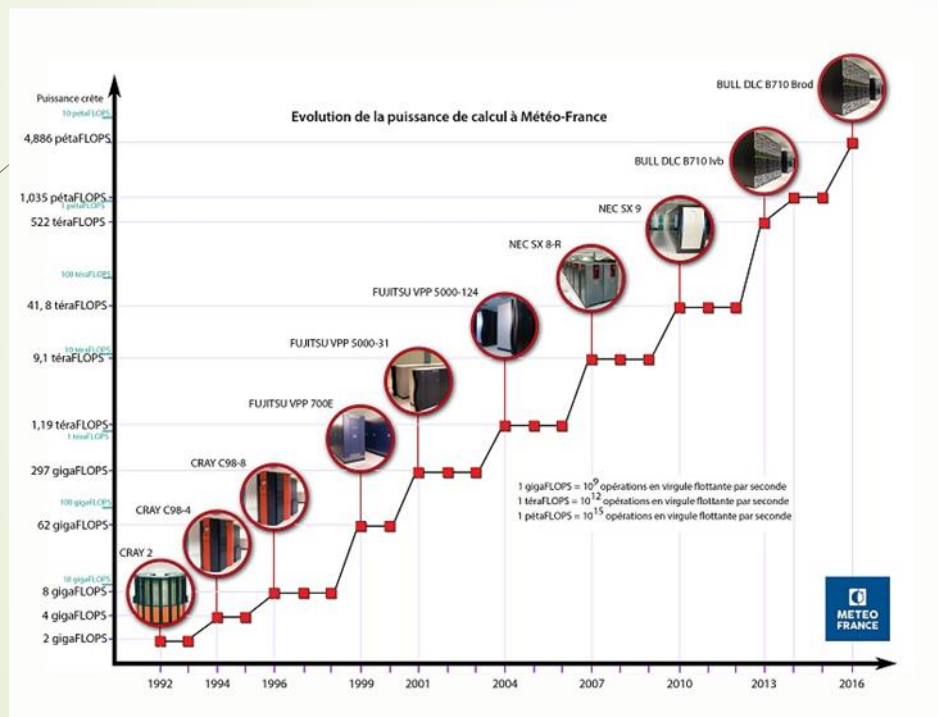
- « Particules » non localisées : caractérisées par des fonctions d'onde, pour lesquelles les notions de position et de vitesse sont inadaptées
- Particules intriquées, qui gardent quelles que soient leurs distances la mémoire de leur interaction

Des prédictions d'une précision inouïe:

- Facteur de Landé : valeur expérimentale : $-2,002\ 3$
Valeur théorique $-2,002\ 319\ 304\ 361\ 82$
(équivalent à précision de 1/10 mm sur la Distance Terre-Lune)

Les équations de la météo

Prévision météo : croissance
exponentielle de la puissance de calcul →
 croissance **linéaire** de la portée des prévisions

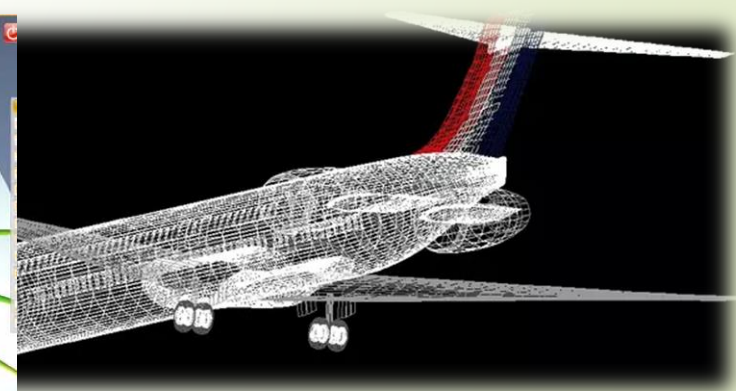
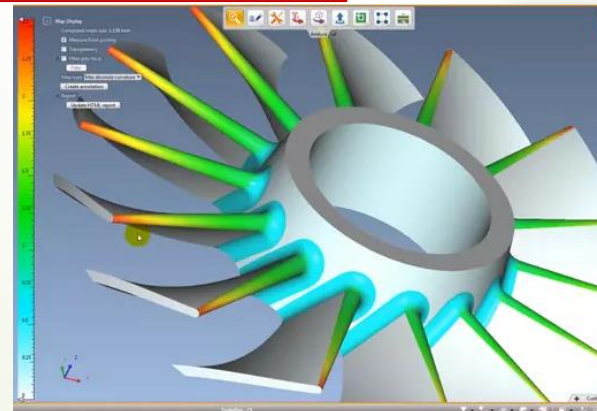
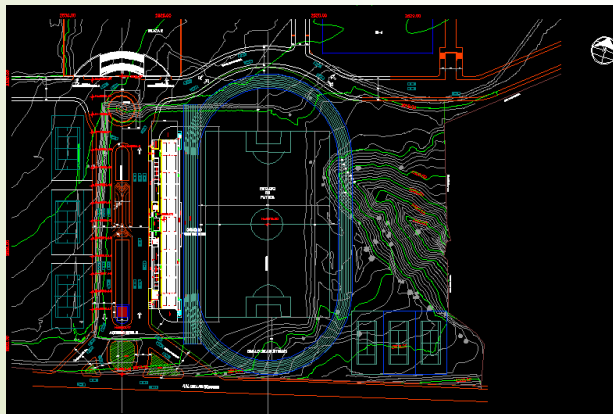


Représentation **matérielle** ou **abstraite** d'un système compliqué (complexe) en gardant les caractéristiques essentielles

Maquette matérielle



Maquette logicielle



Modèles en physique

Avant 1700 : les nombres

Tables Rudolphines de Tycho Brahe, Kepler (circa 1630)

TABULARUM
RUDOLPHI
ASTRONOMI
CARUM
PARTERTIA.
DE ECLIPSIBUS SOLIS ET LUNAE, ALIISQUE
VARIORUM CORPUM CELESTIUM
FIGURACIONIBUS.

Typus Aurei Numeri, neque Pollicis, neque Ecclesiasticis solatis, sed
mere Astronomicis, feruens in gradibus et Minutibus Eclipticis
in Apogio Anni Juliano.

Numero	Januarii	Februarii	Marci	Aprilis	Maii	Junii	Julii	Augusti	Septembris	Octobris	Novembris	Decembris	Perpetua
III	1	11	1	10	19	18	17	16	15	14	13	12	11
XI	3	13	3	12	21	20	19	18	17	16	15	14	13
XIX	5	15	5	14	23	22	21	20	19	18	17	16	15
VIII	7	17	7	16	25	24	23	22	21	20	19	18	17
XVI	9	19	9	18	27	26	25	24	23	22	21	20	19
V	11	21	11	20	29	28	27	26	25	24	23	22	21
XIII	13	23	13	22	31	30	29	28	27	26	25	24	23
II	15	25	15	24	3	2	1	31	30	29	28	27	26
X	17	27	17	26	4	3	2	31	30	29	28	27	26
XVIII	19	29	19	28	5	4	3	31	30	29	28	27	26
VII	21	31	21	30	6	5	4	31	30	29	28	27	26
XV	23	3	23	2	7	6	5	31	30	29	28	27	26
IV	25	5	25	4	8	7	6	31	30	29	28	27	26
XII	27	7	27	6	9	8	7	31	30	29	28	27	26
I	29	9	29	8	10	9	8	31	30	29	28	27	26
IX	31	11	31	10	11	10	9	31	30	29	28	27	26
XVII	1	13	1	12	12	11	10	31	30	29	28	27	26
XVI	3	15	3	14	13	12	11	31	30	29	28	27	26
XIII	5	17	5	16	15	14	13	31	30	29	28	27	26
VI	7	19	7	18	17	16	15	31	30	29	28	27	26
XIII	9	21	9	20	19	18	17	31	30	29	28	27	26
III	11	23	11	22	21	20	19	31	30	29	28	27	26
II	13	25	13	24	23	22	21	31	30	29	28	27	26
X	15	27	15	26	25	24	23	31	30	29	28	27	26
XVIII	17	29	17	28	27	26	25	31	30	29	28	27	26
VII	19	31	19	30	29	28	27	31	30	29	28	27	26
XV	21	3	21	2	30	29	28	31	30	29	28	27	26
IV	23	5	23	4	31	30	29	31	30	29	28	27	26
XII	25	7	25	6	1	31	30	31	30	29	28	27	26
I	27	9	27	8	2	31	30	31	30	29	28	27	26
IX	29	11	29	10	3	31	30	31	30	29	28	27	26
XVII	31	13	31	12	4	31	30	31	30	29	28	27	26
XVI	1	15	1	14	5	31	30	31	30	29	28	27	26
XIII	3	17	3	16	6	31	30	31	30	29	28	27	26
VI	5	19	5	18	7	31	30	31	30	29	28	27	26
XIII	7	21	7	20	8	31	30	31	30	29	28	27	26
III	9	23	9	22	9	31	30	31	30	29	28	27	26
II	11	25	11	24	10	31	30	31	30	29	28	27	26
X	13	27	13	26	11	31	30	31	30	29	28	27	26
XVIII	15	29	15	28	12	31	30	31	30	29	28	27	26
VII	17	31	17	30	13	31	30	31	30	29	28	27	26
XV	19	3	19	2	14	31	30	31	30	29	28	27	26
IV	21	5	21	4	15	31	30	31	30	29	28	27	26
XII	23	7	23	6	16	31	30	31	30	29	28	27	26
I	25	9	25	8	17	31	30	31	30	29	28	27	26
IX	27	11	27	10	18	31	30	31	30	29	28	27	26
XVII	29	13	29	12	19	31	30	31	30	29	28	27	26
XVI	31	15	31	14	20	31	30	31	30	29	28	27	26
XIII	1	17	1	16	21	31	30	31	30	29	28	27	26
VI	3	19	3	18	22	31	30	31	30	29	28	27	26
XIII	5	21	5	20	23	31	30	31	30	29	28	27	26
III	7	23	7	22	24	31	30	31	30	29	28	27	26
II	9	25	9	24	25	31	30	31	30	29	28	27	26
X	11	27	11	26	26	31	30	31	30	29	28	27	26
XVIII	13	29	13	28	27	31	30	31	30	29	28	27	26
VII	15	31	15	30	28	31	30	31	30	29	28	27	26
XV	17	3	17	2	29	31	30	31	30	29	28	27	26
IV	19	5	19	4	30	31	30	31	30	29	28	27	26
XII	21	7	21	6	31	31	30	31	30	29	28	27	26
I	23	9	23	8	1	31	30	31	30	29	28	27	26
IX	25	11	25	10	2	31	30	31	30	29	28	27	26
XVII	27	13	27	12	3	31	30	31	30	29	28	27	26
XVI	29	15	29	14	4	31	30	31	30	29	28	27	26
XIII	31	17	31	16	5	31	30	31	30	29	28	27	26
VI	1	19	1	18	6	31	30	31	30	29	28	27	26
XIII	3	21	3	20	7	31	30	31	30	29	28	27	26
III	5	23	5	22	8	31	30	31	30	29	28	27	26
II	7	25	7	24	9	31	30	31	30	29	28	27	26
X	9	27	9	26	10	31	30	31	30	29	28	27	26
XVIII	11	29	11	28	11	31	30	31	30	29	28	27	26
VII	13	31	13	30	12	31	30	31	30	29	28	27	26
XV	15	3	15	2	13	31	30	31	30	29	28	27	26
IV	17	5	17	4	14	31	30	31	30	29	28	27	26
XII	19	7	19	6	15	31	30	31	30	29	28	27	26
I	21	9	21	8	16	31	30	31	30	29	28	27	26
IX	23	11	23	10	17	31	30	31	30	29	28	27	26
XVII	25	13	25	12	18	31	30	31	30	29	28	27	26
XVI	27	15	27	14	19	31	30	31	30	29	28	27	26
XIII	29	17	29	16	20	31	30	31	30	29	28	27	26
VI	31	19	31	18	21	31	30	31	30	29	28	27	26
XIII	1	21	1	20	22	31	30	31	30	29	28	27	26
III	3	23	3	22	23	31	30	31	30	29	28	27	26
II	5	25	5	24	24	31	30	31	30	29	28	27	26
X	7	27	7	26	25	31	30	31	30	29	28	27	26
XVIII	9	29	9	28	26	31	30	31	30	29	28	27	26
VII	11	31	11	30	27	31	30	31	30	29	28	27	26
XV	13	3	13	2	28	31	30	31	30	29	28	27	26
IV	15	5	15	4	29	31	30	31	30	29	28	27	26
XII	17	7	17	6	30	31	30	31	30	29	28	27	26
I	19	9	19	8	31	31	30	31	30	29	28	27	26
IX	21	11	21	10	1	31	30	31	30	29	28	27	26
XVII	23	13	23	12	2	31	30	31	30	29	28	27	26
XVI	25	15	25	14	3	31	30	31	30	29	28	27	26
XIII	27	17	27	16	4	31	30	31	30	29	28	27	26
VI	29	19	29	18	5	31	30	31	30	29	28	27	26
XIII	31	21	31	20	6	31	30	31	30	29	28	27	26
III	1	23	1	22	7	31	30	31	30	29	28	27	26
II	3	25	3	24	8	31	30	31	30	29	28	27	26
X	5	27	5	26	9	31	30	31	30	29	28	27	26
XVIII	7	29	7	28	10	31	30	31	30	29	28	27	26
VII	9	31	9	30	11	31	30	31	30	29	28	27	26
XV	11	3	11	2	12	31	30	31	30				

Coévolution maths-physique

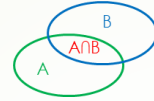
Sources iconographiques Wikipedia

XX^{ème}



Incidence, ordre, parallèles, congruence et continuité.

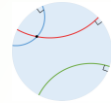
Axiomatisation de la géométrie



$$\overline{A \cdot B \cdot C} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$

Théorie des ensembles
Algèbre logique

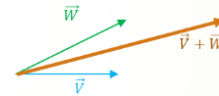
↔ Informatique



Géométrie non-euclidienne
Topologie algébrique

↔ Relativité

XIX^{ème}



$$\lim_{R \rightarrow \infty} \oint_{\gamma} f(z) dz = 2\pi i \sum_{\Im(z_j) > 0} \text{Res}(f(z)e^{iaz}, z_j)$$

Structures algébriques
(groupe, espace vectoriel)

XVIII^{ème}



$$\frac{\partial \mathcal{L}(x, \dot{x}; t)}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(x, \dot{x}; t)}{\partial \dot{x}} \right) = 0$$

Fonctions variable complexe

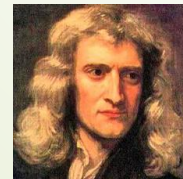
↔ Electro-magnétisme

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = i$$

Equations différentielles
Calcul variationnel
Nombres complexes

↔ Méca. Analytique

XVII^{ème}

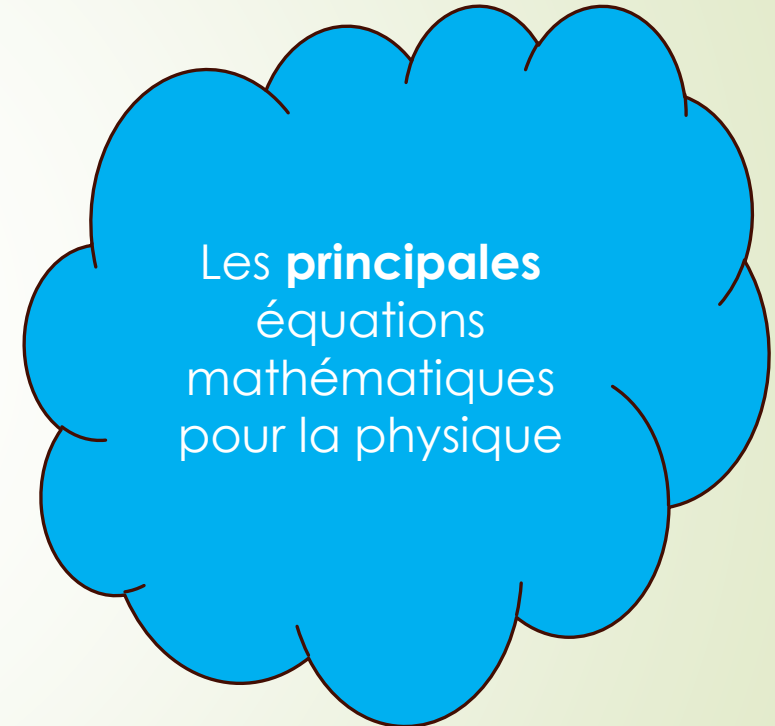


$$\frac{d}{dx} \int_a^x dt f(t) = f(x)$$

Calcul infinitésimal

↔ Gravitation

- Physics** [edit]
- Ampère's circuital law
 - Bernoulli's equation
 - Bogoliubov–Born–Green–Kirkwood
 - Bessel's differential equation
 - Boltzmann equation
 - Borda–Carnot equation
 - Burgers' equation
 - Darcy–Weisbach equation
 - Dirac equation
 - [Dirac equation in the algebra of](#)
 - Dirac–Kähler equation
 - Doppler equations
 - Drake equation (aka Green Bank e
 - Einstein's field equations
 - Euler equations (fluid dynamics)
 - Euler's equations (rigid body dynan
 - Relativistic Euler equations
 - Euler–Lagrange equation
 - Faraday's law of induction
 - Fokker–Planck equation
 - Fresnel equations
 - Friedmann equations
 - Gauss's law for electricity
 - Gauss's law for gravity
 - Gauss's law for magnetism
 - Gibbs–Helmholtz equation
 - Gross–Pitaevskii equation
 - Hamilton–Jacobi–Bellman equation
 - Helmholtz equation
 - Karplus equation
 - Kepler's equation
 - Kepler's laws of planetary motion
 - Kirchhoff's diffraction formula
 - Klein–Gordon equation
 - Korteweg–de Vries equation
 - Landau–Lifshitz–Gilbert equation
 - Lane–Emden equation
 - Langevin equation
 - Levy–Mises equations
 - Lindblad equation
 - Lorentz equation
 - Maxwell's equations
 - Maxwell's relations
 - Newton's laws of motion
 - Navier–Stokes equations
 - Reynolds-averaged Navier–Stokes equations
 - **Prandtl–Reuss equations**
 - Prony equation
 - Rankine–Hugoniot equation
 - Roothaan equations
 - Saha ionization equation
 - Sackur–Tetrode equation
 - **Samik Hazra equation**
 - Schrödinger equation
 - screened Poisson equation
 - Schwinger–Dyson equation
 - Sellmeier equation
 - Stokes–Einstein relation
 - Tsiolkovsky rocket equation
 - Van der Waals equation
 - Vlasov equation
 - Wiener equation



La plupart des solutions des équations de la physique sont **inaccessibles** au calcul avec crayon – papier (voir chapitre 4)

CHAPITRE VII. — LONGITUDE DE LA LUNE. 243

Suite.

$$\begin{aligned}
 &+ \frac{8583}{256} \gamma^2 e^2 n^4 + \frac{135}{16} \gamma^2 e^2 n^3 + \frac{51}{64} \gamma^2 e^2 n^2 + \frac{4061}{256} \gamma^2 e^2 n - \frac{14333}{768} \gamma^2 e^2 n^2 \\
 &+ \left(\frac{63}{16} \gamma^2 e^2 - \frac{315}{32} \gamma^2 e^2 - \frac{272}{32} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} - \frac{145}{16} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} - \frac{14333}{768} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} \\
 &+ \left(\frac{27}{16} \gamma^2 e^2 - \frac{135}{32} \gamma^2 e^2 - \frac{112}{32} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} + \frac{15}{16} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} - \frac{4085}{256} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} \\
 &- \left(\frac{81}{8} \gamma^2 e^2 + \frac{2025}{16} \gamma^2 e^2 - \frac{405}{8} \gamma^2 e^2 - \frac{729}{8} \gamma^2 e^2 - \frac{6075}{128} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} \\
 &+ \left(\frac{735}{16} \gamma^2 e^2 - \frac{4779}{32} \gamma^2 e^2 - \frac{112509}{128} \gamma^2 e^2 + \frac{28665}{128} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} \\
 &+ \left(\frac{3783}{16} \gamma^2 e^2 - \frac{87525}{128} \gamma^2 e^2 - \frac{3008277}{512} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} + \frac{4571}{4} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{184357}{48} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} - \frac{2475}{64} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} \\
 &+ \left(\frac{135}{4} \gamma^2 e^2 - \frac{135}{4} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} - \left(\frac{27}{4} \gamma^2 e^2 - \frac{315}{128} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} - \left(\frac{4815}{64} \gamma^2 e^2 + \frac{69}{16} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} \\
 &- \frac{3075}{128} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} - \frac{12153}{256} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{45}{64} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} - \left(\frac{135}{4} \gamma^2 e^2 - \frac{135}{4} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} \\
 &+ \left(\frac{27}{16} \gamma^2 e^2 + \frac{2205}{128} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} - \left(\frac{3}{8} \gamma^2 e^2 - \frac{423}{64} \gamma^2 e^2 + \frac{12309}{256} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} + \frac{2871}{128} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{13465}{512} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} \\
 &- \frac{165}{64} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} - \frac{39}{128} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{39}{128} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} - \left(\frac{3}{2} \gamma^2 e^2 + \frac{3}{2} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} \\
 &+ \left(\frac{3}{2} \gamma^2 e^2 + \frac{3}{2} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} - \left(\frac{81}{4} \gamma^2 e^2 - \frac{81}{4} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} + \left(\frac{81}{4} \gamma^2 e^2 - \frac{81}{4} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} + \frac{255}{128} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} \\
 &- \frac{255}{128} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{1215}{64} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{3075}{128} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{40015}{256} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} - \frac{1215}{64} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} - \frac{2055}{128} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} \\
 &- \frac{24141}{512} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{1575}{64} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{675}{64} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{165}{32} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} \\
 &\times \sin l'
 \end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}
 &- \left(\frac{9}{4} \gamma^2 e^2 - \frac{81}{8} \gamma^2 e^2 + \frac{81}{32} \gamma^2 e^2 + \frac{27}{4} \gamma^2 e^2 - \frac{135}{16} \gamma^2 e^2 + \frac{37}{128} \gamma^2 e^2 + \frac{45}{8} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} \\
 &+ \left(\frac{81}{128} \gamma^2 e^2 + \frac{63}{32} \gamma^2 e^2 - \frac{189}{8} \gamma^2 e^2 + \frac{549}{64} \gamma^2 e^2 \right) \frac{n^2}{n^2} + \frac{441}{128} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2} + \frac{441}{128} \gamma^2 e^2 \frac{n^2}{n^2}
 \end{aligned}$$

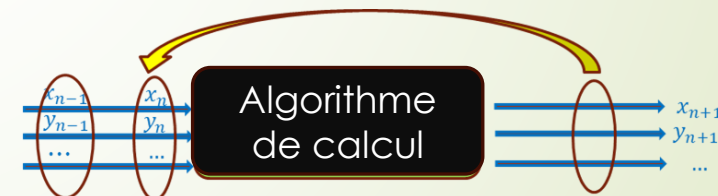
Ce coefficient de l'anne (3) se continue à la page suivante. 31.

N^{ème} page de calcul de CE Delaunay pour la trajectoire de la Lune + Terre & Soleil.

Après 1950, premiers ordinateurs : modèle à automates discrets

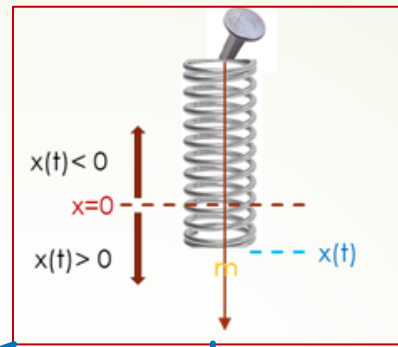
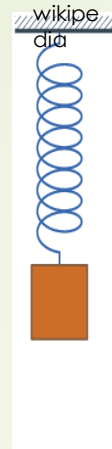


IBM 1130



Les solutions des équations de la physique

12



t	x(t) app	x
0,000	0,000	
0,250	0,242	
0,500	0,469	
0,750	0,667	
1,000	0,823	
1,250	0,928	
1,500	0,974	
1,750	0,960	
2,000	0,886	
2,250	0,756	
2,500	0,579	
2,750	0,366	
3,000	0,130	
3,250	-0,114	

Du discret au continu

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega^2 x(t)$$

$$x(t) = A \sin(\omega t)$$

Retour au discret (nombre)

x_i : position à la $i^{\text{ème}}$ étape

$$x_{i+1} = (2 - \omega^2 \Delta t^2)x_i - x_{i-1}$$

Le rêve impossible de Laplace (1814)

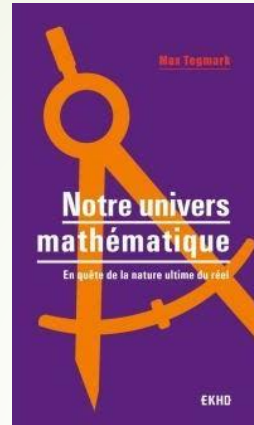


« Une intelligence qui, à un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était suffisamment vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome ; rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux. »

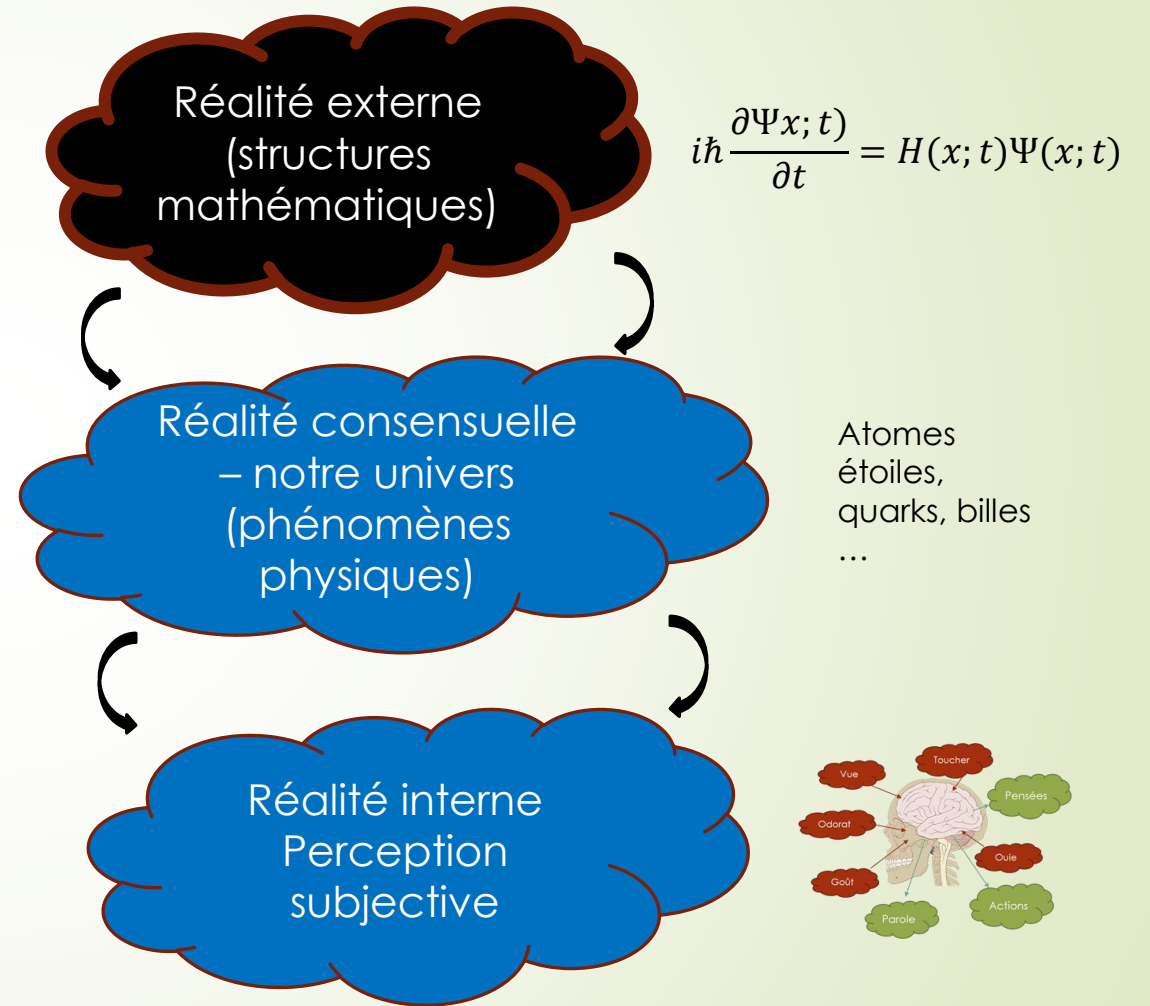
— Pierre-Simon Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités*

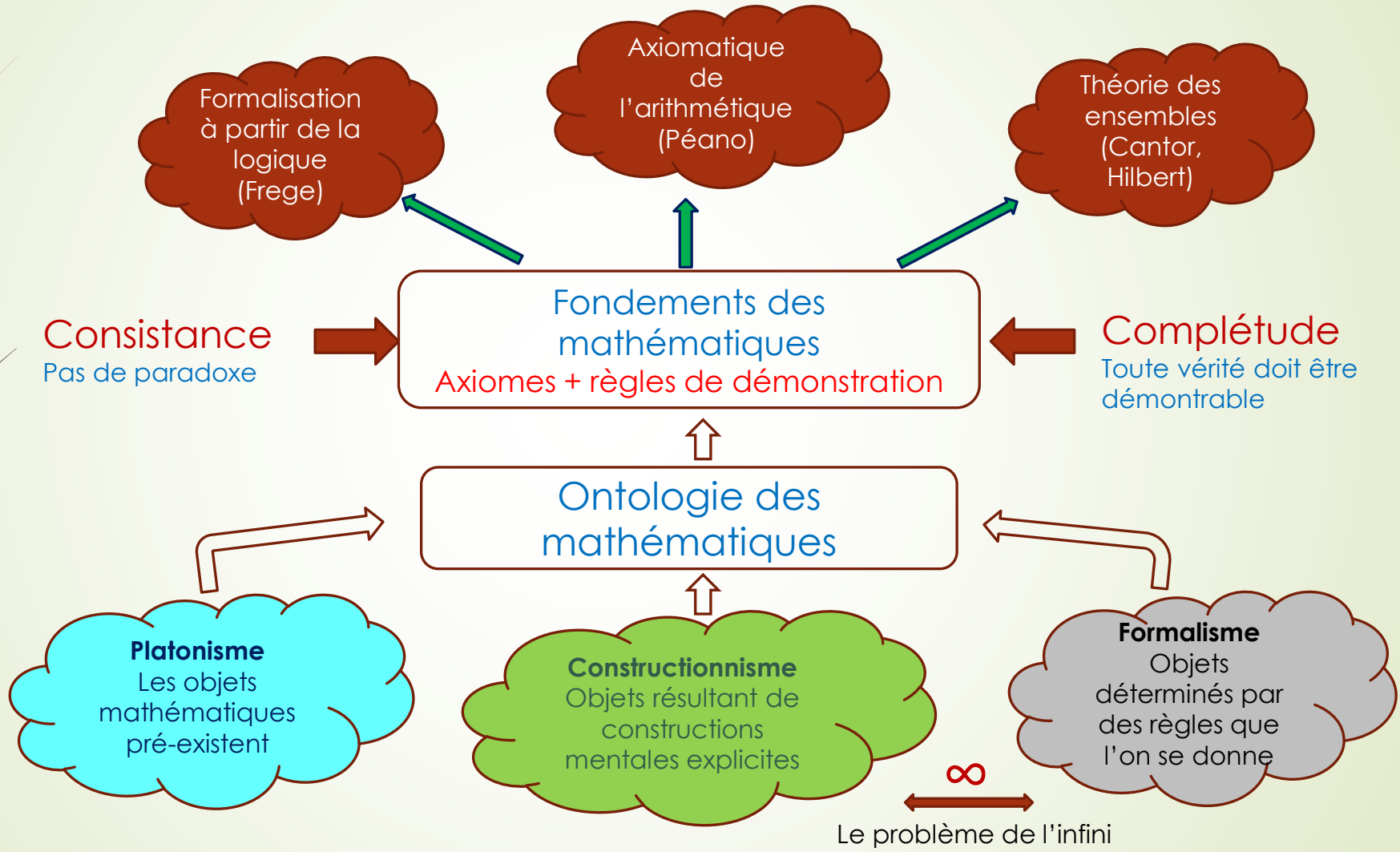
Un problème technique
OU
Un problème plus fondamental

Une hypothèse
(spéculation ?)



Symétries, espace-temps :
structures mathématiques
Particules élémentaires
des nombres quantiques
+
Multiunivers





Calcul des prédicats (Froge) (appliquée aux règles du Sudoku !)

- Prédicat $X(i,j,k)$: le chiffre k est sur la case (i,j)
- au plus un chiffre par case : $\forall i j k l, X(i,j,k) \wedge X(i,j,l) \Rightarrow k=l$
- au moins un chiffre par case : $\forall i j, \exists k, X(i,j,k)$
- un chiffre apparait une seule fois sur une ligne : $\forall i j k l, X(i,j,k) \wedge X(i,l,k) \Rightarrow j=l$

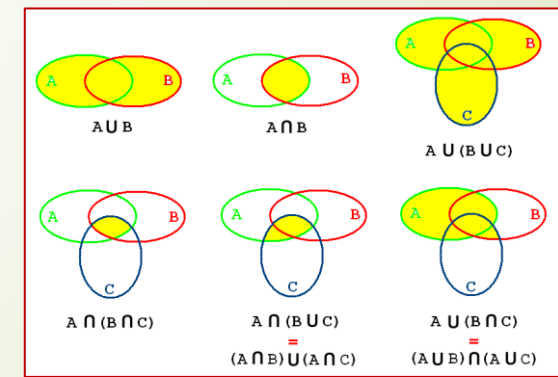
Axiomes de Peano pour l'ensemble des entiers naturels

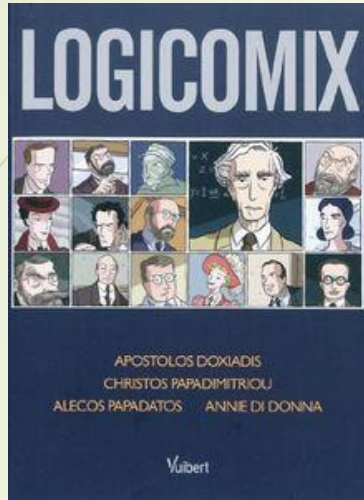
1. L'élément appelé **zéro** et noté 0 est un **entier naturel**.
2. Tout entier naturel n a un unique **successeur**, noté $s(n)$ ou Sn qui est un entier naturel.
3. Aucun **entier naturel** n'a 0 pour **successeur**.
4. **Deux entiers naturels** ayant le même **successeur** sont égaux.
5. Si un **ensemble d'entiers naturels** contient 0 et contient le **successeur** de chaque élément, alors cet **ensemble est \mathbb{N}** .

Addition
 $a+0=a$
 $a+s(b)=s(a+b)$
 Donc
 $a+1=a+s(0) = s(a+0)=s(a)$
 $1+1=2, 2+1=3$

Théorie des ensembles : exemple d'axiomes

- Il existe un ensemble sans élément \emptyset ou $\{\}$
- Pour tout ensemble E , il existe un ensemble dont les éléments sont précisément tous les sous-ensembles de E (partition de E)
- Si x et y sont deux ensembles, alors il existe un ensemble contenant x et y et eux seuls comme éléments.
- ...





Tout système d'axiomes associé à des démonstrations vérifiables par des algorithmes, conduit inévitablement à des propriétés vraies non démontrables

Kurt Gödel (1931)



« Le but de ma théorie est d'établir une fois pour toute la certitude des méthodes mathématiques »

David Hilbert (1925)



Consistance
Pas de paradoxe



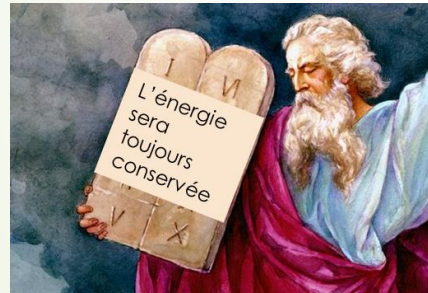
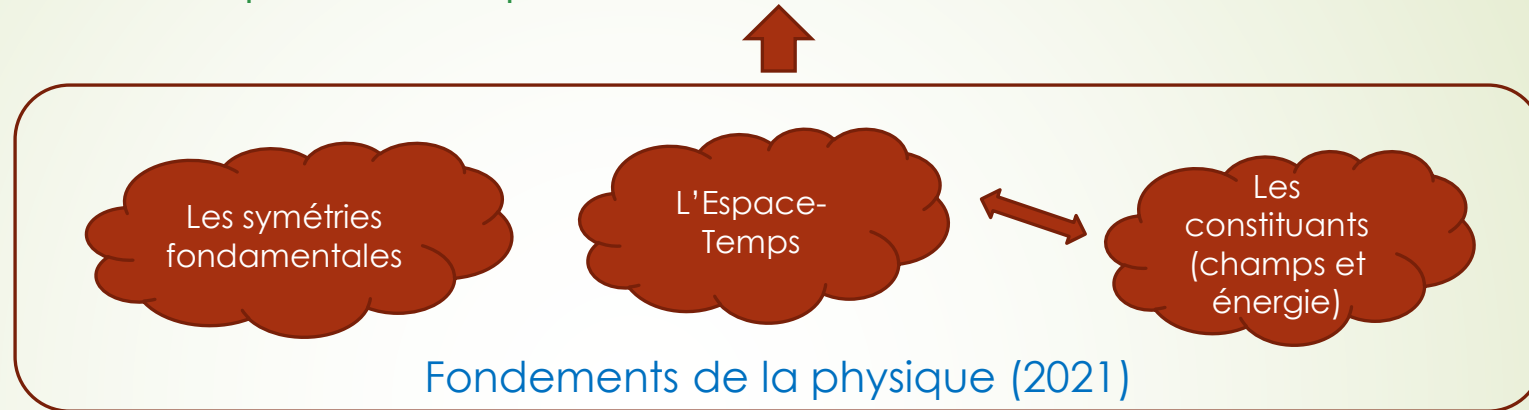
Fondements des mathématiques
Axiomes + règles de démonstration



Complétude
Toute vérité doit être démontrable

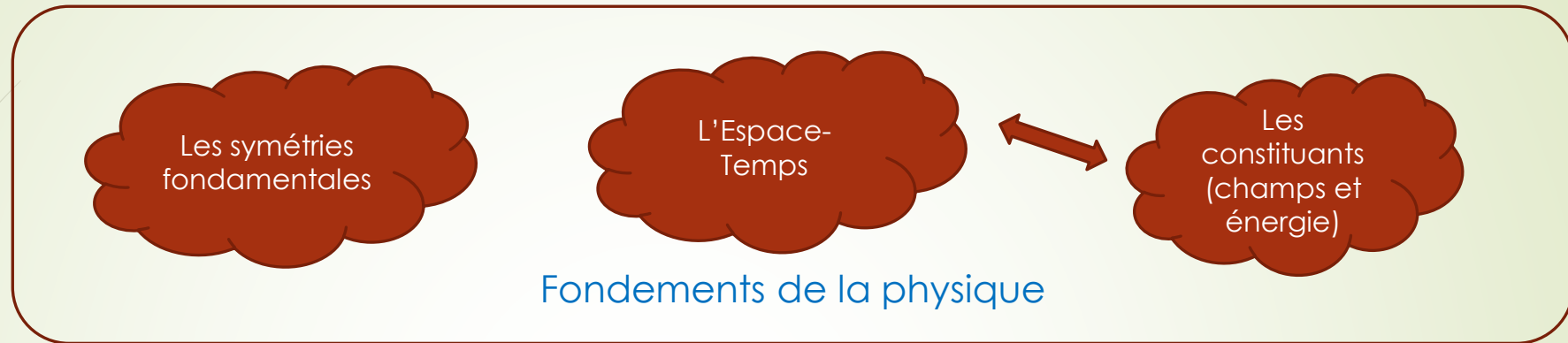
- Les systèmes sont des ensembles de constituants reliés par des relations de dépendance et ayant un comportement collectif vis-à-vis de leur environnement
- La démarche réductionniste, dominante depuis 3 siècles, a été très efficace pour démontrer l'unité du monde
- En parallèle, les mathématiciens ont conduit une démarche similaire pour fonder les mathématiques sur quelques principes de base.
- On a pu démontrer que la reconstruction des mathématiques à partir de ces bases pose des problèmes irrésolubles

Comprendre et prédire le monde à toutes ses échelles ?



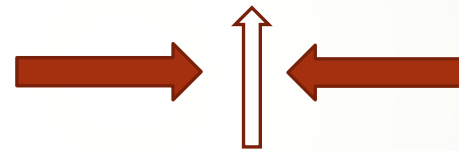
Bases ontologiques ?

- La démarche réductionniste a été extraordinairement efficace pour démontrer l'unité du monde :
- Quelles sont ses bases ontologiques ?
 - A partir de ses fondements, peut-on comprendre et prédire le monde à toutes ses échelles ?

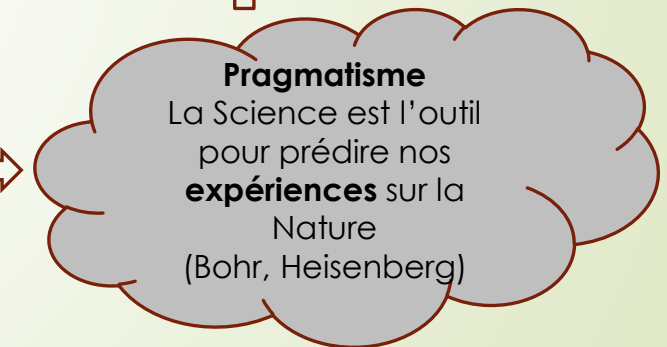
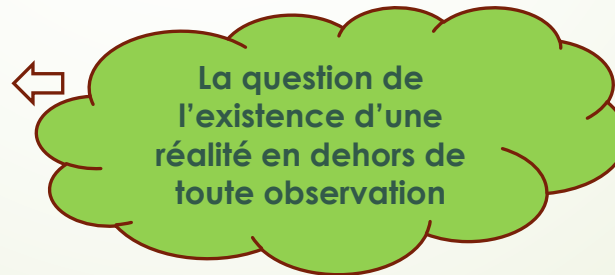
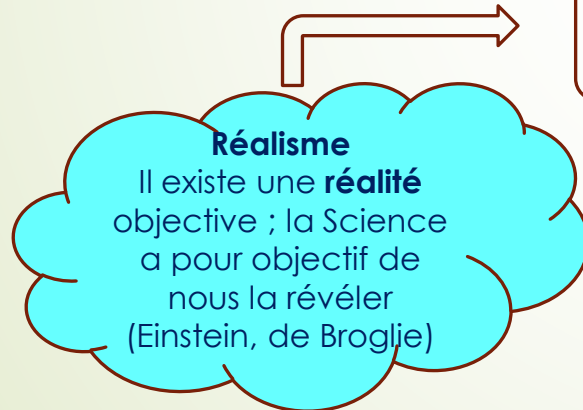


Démarche scientifique
Reproductibilité
Universalité

Les Mathématiques
Alphabet pour décrire la Nature

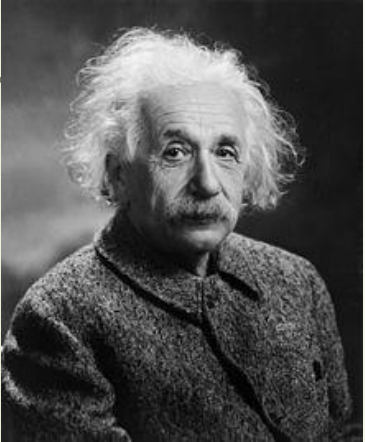


Ontologie des sciences physiques



« L'objet de la recherche n'est plus la nature en soi, mais la nature livrée à l'interrogation humaine, et dans cette mesure l'homme ne rencontre ici que lui-même »

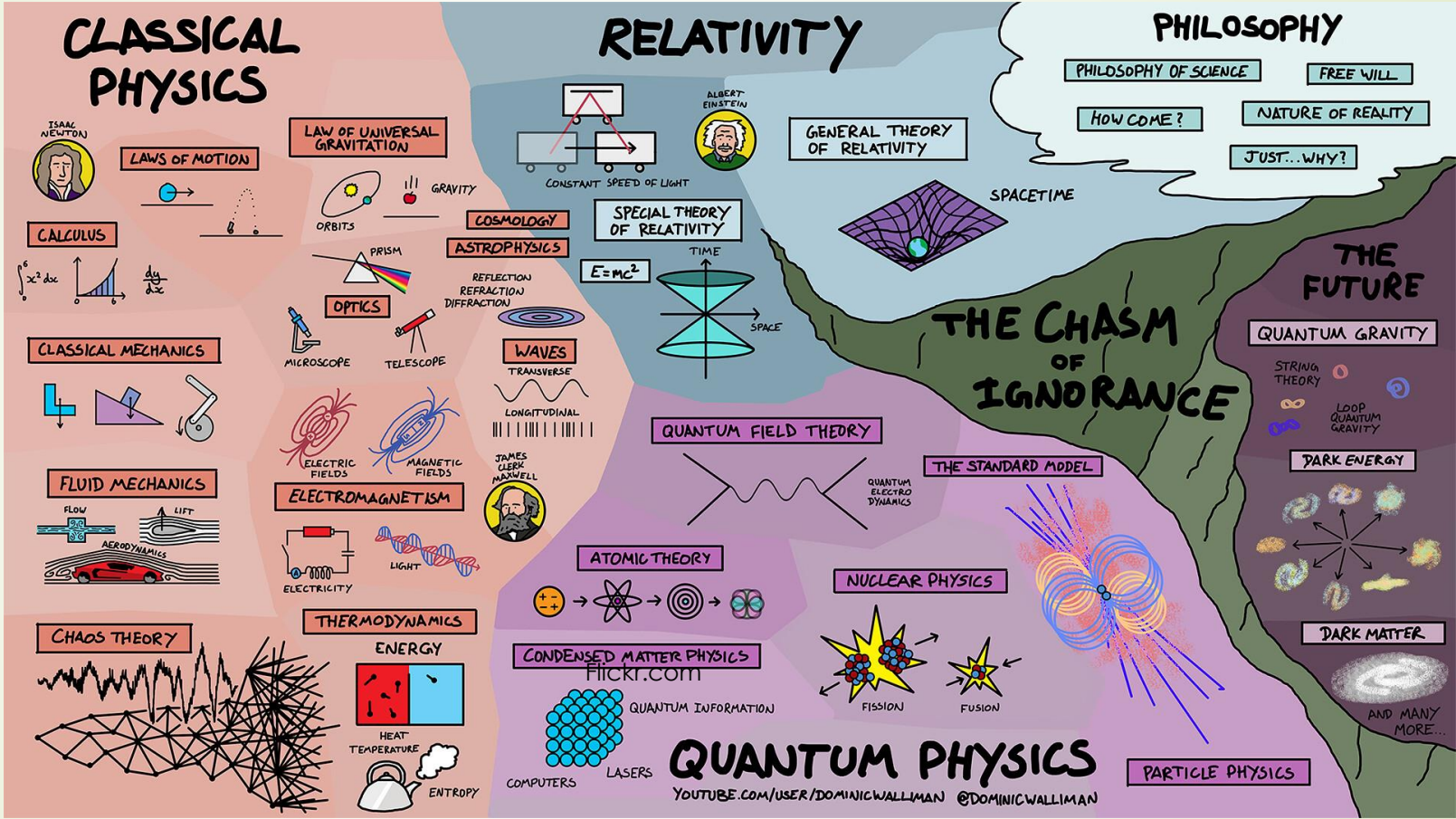
Werner Heisenberg



(Le chercheur) croit qu'à mesure que ses connaissances s'accroîtront, son image de la réalité deviendra de plus en plus simple et expliquera des domaines de plus en plus étendus de ses impressions sensibles.

Il pourra aussi croire à l'existence d'une limite idéale de la connaissance que l'esprit humain peut atteindre. Il pourra appeler cette limite idéale la vérité objective. »

Albert Einstein *(Evolution des idées en physique) »*



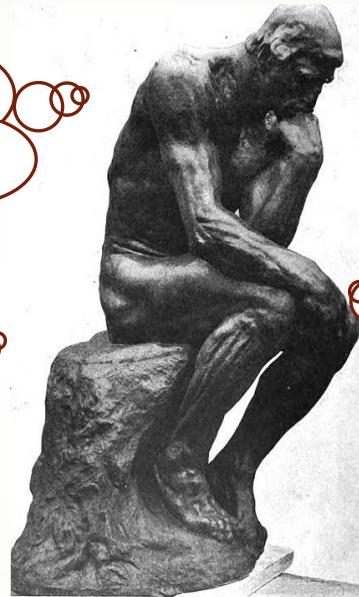
Parallèle entre mathématiques et physique

24

En **mathématiques**, il y a des obstacles formels à la reconstruction des systèmes mathématiques à partir des fondements

Il y a des obstacles **fondamentaux** au pouvoir de la Physique

La physique ne décrit pas la Nature, mais nos interactions avec elle



Il y a des obstacles **pratiques** au pouvoir de la Physique

Tous les systèmes de la Nature peuvent être décrits à partir des fondements de la Physique

Parait qu'il y a une pénurie de papier-toilette -
mars 20

Le Penseur, par Auguste Rodin, paru dans le livre
L'Art, Paul Gsell, Grasset, 1911

Qu'en est-il de la Physique ?

Quels sont les obstacles formels/techniques à la reconstruction de la complexité du monde, à partir de ses composants ultimes

- Les systèmes sont des ensembles de constituants reliés par des relations de dépendance et ayant un comportement collectif vis-à-vis de leur environnement
- La démarche réductionniste, dominante depuis 3 siècles, a été très efficace pour démontrer l'unité du monde
- En parallèle, les mathématiciens ont conduit une démarche similaire pour fonder les mathématiques sur quelques principes de base.
- On a pu démontrer que la reconstruction des mathématiques à partir de ces bases pose des problèmes irrésolubles
- **Qu'en est-il pour la Physique ? A partir des principes de base, peut-on reconstruire la complexité du Monde ?**

Comment aborder un domaine si divers et si interdisciplinaire ?

Des vidéo conférences sur la chaîne YouTube
: **la Science de Bernie – Saison 3**



Mon blog <https://un-peu-de-physique.fr/>
Des cours, des ressources...

Des cours en ligne ou présentiels à
l'Université Permanente de Nantes :
<https://up.univ-nantes.fr/>



Un peu de Physique pour comprendre le monde moderne
autrement

Merci

bernard.remaud@univ-nantes.fr

<https://www.un-peu-de-physique.fr>