Un peu de Science pour comprendre le monde moderne
Saison 3 - Autrement

Bernard Remaud

bernard.remaud@univ-nantes.fr
https://www.un-peu-de-physique.fr

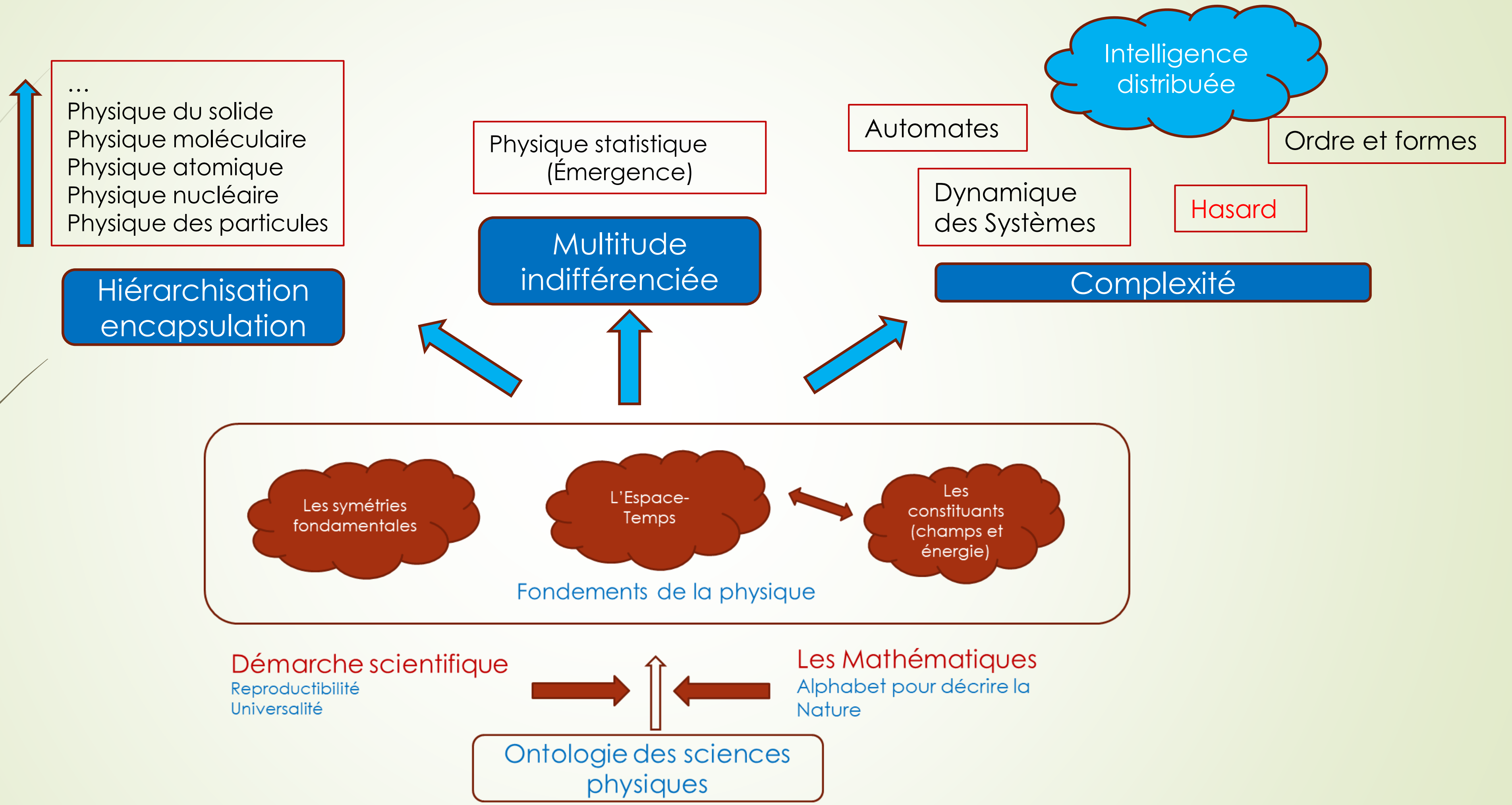
La chaîne YouTube

Le blog

S3- Ch 5

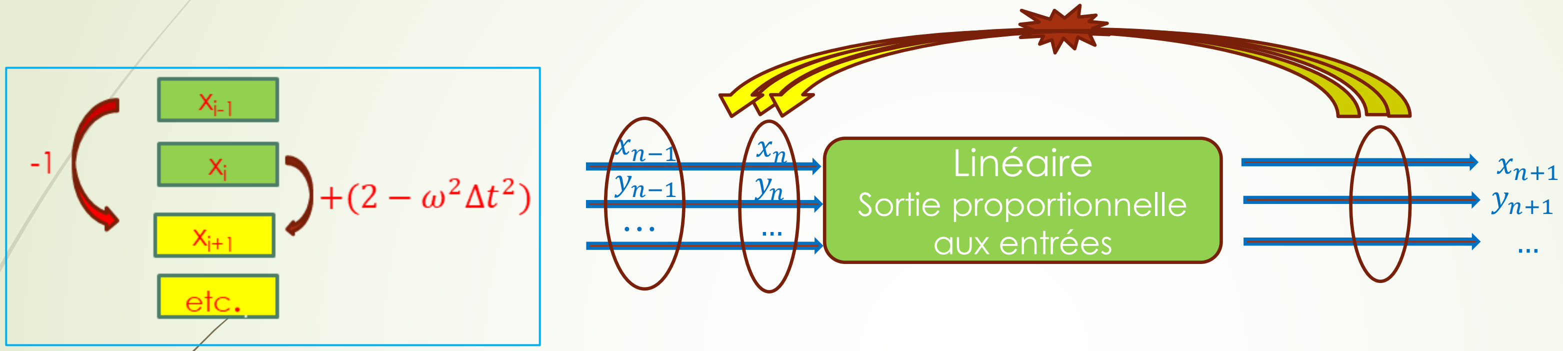
Le hasard

La feuille de route

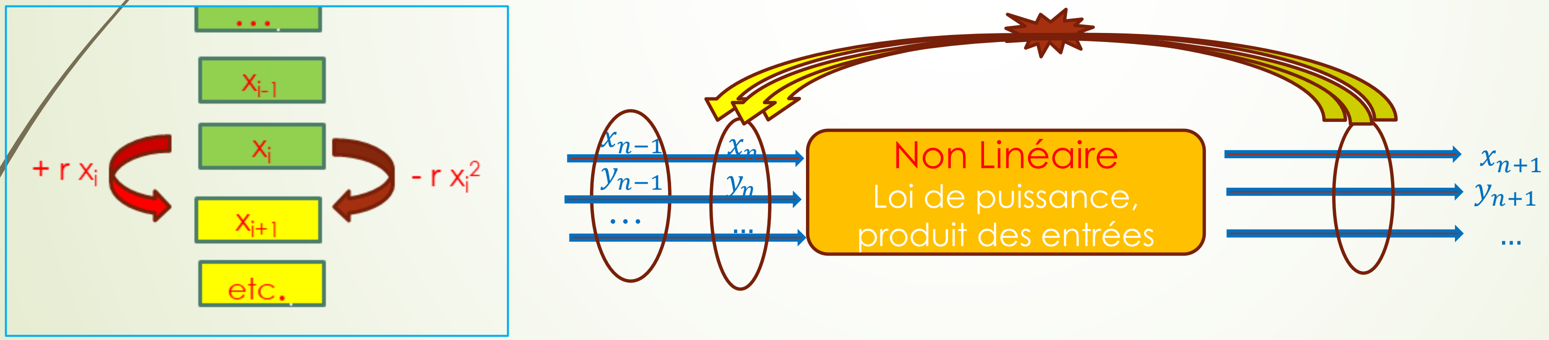


Les classes d'automates et le hasard

En situation réelle, les données ne sont jamais parfaitement précises
→ bruit, fluctuations aléatoires



Automates déterministes

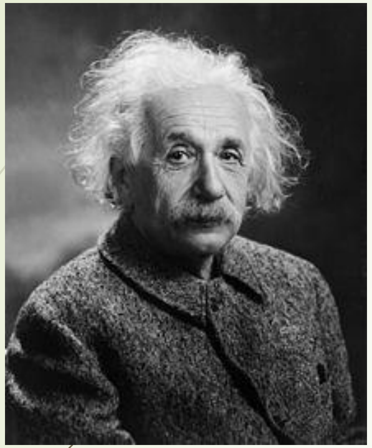


Automates déterministes pouvant avoir des régimes chaotiques

Le hasard et son rôle dans l'étude des systèmes dynamiques

Le hasard au XXI^{ème} siècle

« Tout ce qui existe dans l'univers est le fruit du hasard et de la nécessité »
Démocrite



« Dieu ne joue pas aux dés » - Einstein

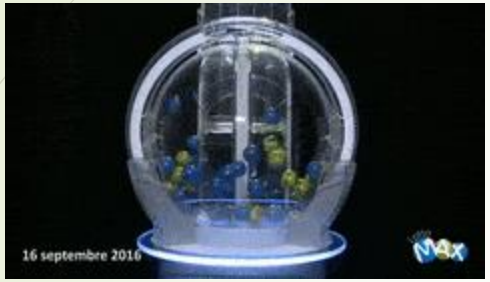
Le hasard n'existe pas, ce n'est que la manifestation de nos connaissances limitées

Dans la nature, il y a des phénomènes intrinsèquement aléatoires (dus au hasard)

« Les dés jouent aux dieux »

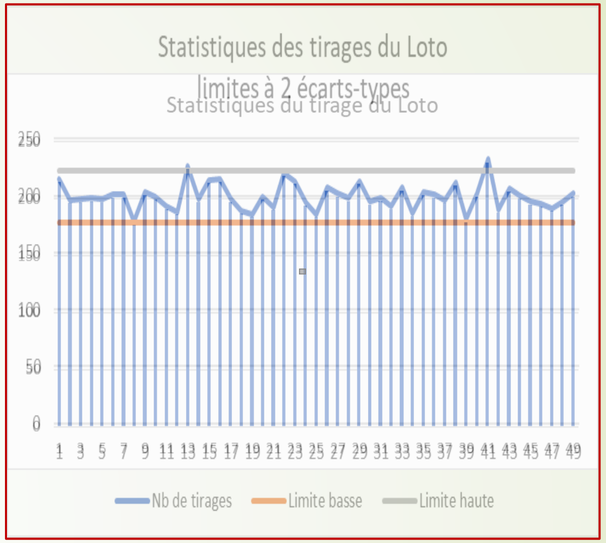
À propos du boson de Higgs découvert en 2012 – la particule de Dieu

Tirages du Loto et hasard (1)



Est-ce du hasard ?

Résultats véritablement aléatoires
(limite 95% de probabilités)



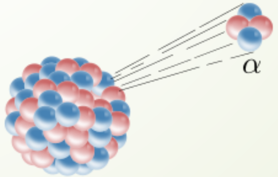
À notre échelle

Le hasard est le principe déclencheur d'événements non liés à une cause **connue**.
(Wikipédia)

Le mouvement des boules suit les lois bien connues de la mécanique newtonienne

À l'échelle quantique

La radioactivité α résulte d'un mécanisme intrinsèquement aléatoire



Wikipédia

Radium
Demi-vie 1760 ans

Tirages du Loto et hasard (2)

LADEPECHE.fr

Suisse : il devient millionnaire au Loto avec un choix de numéros original

Un joueur du Loto en Suisse est devenu millionnaire en jouant des numéros sur lesquels très peu de monde aurait parié.

On dit que le hasard fait bien les choses. Ce joueur du Loto en Suisse en est la preuve vivante. Il a touché le jackpot mercredi avec un tirage improbable. Pour gagner à la Loterie Romande, il fallait cocher le 4, le 28, le 29, le 30, le 31 et le 32, suivis du 1 en numéro chance.

Pronostics Loto

Pronostics valables pour le tirage Loto du Lundi 4 Décembre 2023 (cagnotte de 4 000 000 €)

Une série de **pronostics** pour le prochain **tirage du Loto**, calculés à l'aide des dernières **statistiques** et des **probabilités** de sortie de chaque numéro. Vous trouverez la Forme, les Annoncés et la Synthèse Générale.

Numéros | N° Chance

LA FORME

Elle prend en compte à la fois la forme récente (réussite à court terme) et la forme générale (réussite à plus long terme) pour obtenir un classement pondéré des numéros.

19 30 46 13 22 25 9 12 17 11

LES ANNONCÉS

Ce sont les numéros les plus susceptibles de figurer dans les tirages suivants. Ils sont décélés à partir de la rubrique Annonciateurs et compte tenu des récents tirages antérieurs.

22 11 15 33 37 1 41 9 35 3

Le hasard en bref

- A notre échelle, le hasard est le principe déclencheur d'événements non liés à une cause connue.

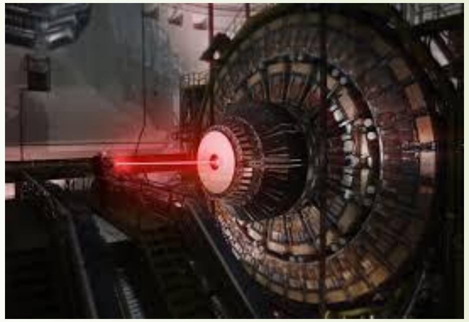
Mesurer en mécanique quantique :

Relier les propriétés de l'infiniment petit à des grandeurs pertinentes à notre échelle

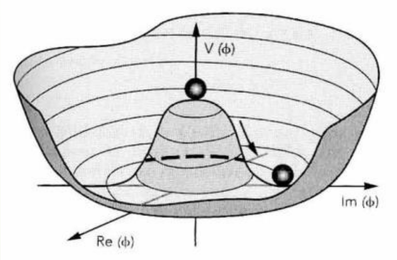
Fonction d'onde

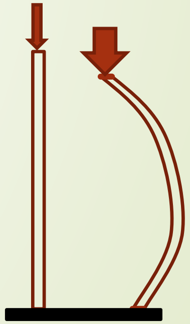
$$\Psi(x,t) = A(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

Hasard
Relations
d'Heisenberg



Dans les tous premiers instants de l'Univers, la rupture de symétrie du champ BEH
→ masse des particules





Flambage

Le hasard en bref

- A notre échelle, le hasard est le principe déclencheur d'événements non liés à une cause connue.
- En mécanique quantique, il y a des phénomènes irréductiblement aléatoires

Les lois du hasard (1)

Loi uniforme

Probabilité égale de tous les évènements

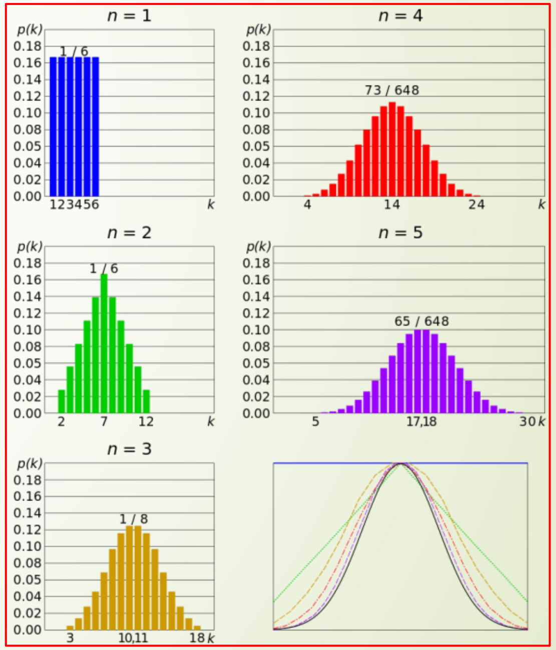
Jeux de dés : X résultat d'un lancer

$$x_1 = 1, x_2 = 2, x_6 = \cdots 6 : Prob(X) = x_i = \frac{1}{6}$$

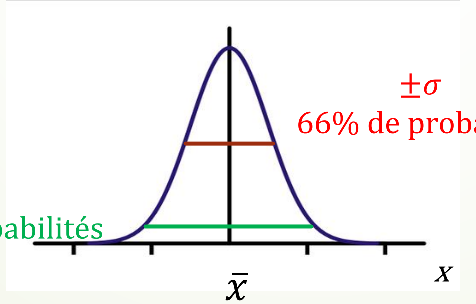
Loi normale

Évènement X résultat d'une multitude de causes indépendantes

Exemple : somme de lancers de n dés →



$$N(x;\bar{x},\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$



$\pm\sigma$
66% de probabilités

$\pm 2\,\sigma$
95 % de probabilités

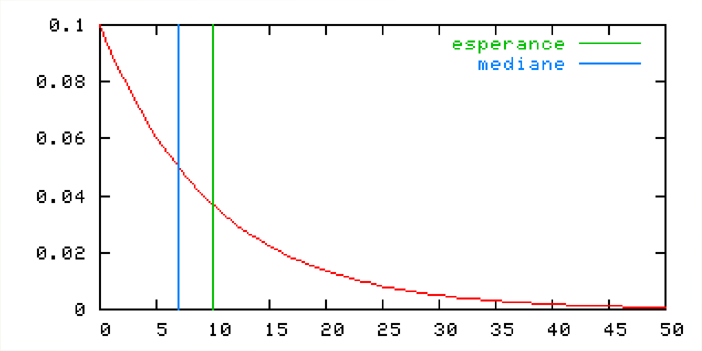
Loi exponentielle (Loi de Poisson)

Elle gouverne les probabilités au cours du temps d'un phénomène sans mémoire (vieillissement d'un appareil, intervalle de temps entre les arrivées de clients sur une caisse, émission radioactive)

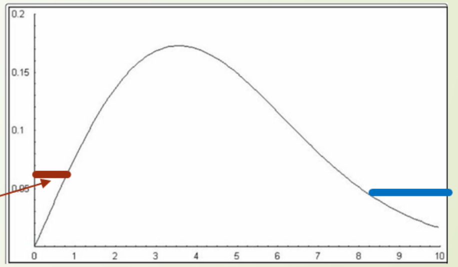
$$f(t;\lambda) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{t}{\lambda}}, t \geq 0\ ; = 0\ si\ t < 0$$

λ est la moyenne et $\lambda\ Ln\ 2$ la médiane

Ex : durée de vie moyenne d'un appareil, intervalle moyen entre l'arrivée de 2 clients.



Pour le taux de panne des appareils, les fabricants préfèrent la loi de Weibull !!



Le hasard en bref

- A notre échelle, le hasard est le principe déclencheur d'événements non liés à une cause connue.
- En mécanique quantique, il y a des phénomènes irréductiblement aléatoires
- Le hasard obéit à des lois de probabilité selon la nature statistique des causes : loi uniforme, loi normale, loi de Poisson,…

Générer des nombres aléatoires avec un ordinateur (?)

Ordinateur = machine complètement déterministe (on l'espère)

Méthode de la règle déterministe cachée

Von Neumann

Multiplier un nombre par lui-même et prendre les chiffres du milieu (éliminer les chiffres de poids faibles et de poids forts).

31415927	
141592	20048294464
482944	233234907136
349071	121850563041
505630	255661696900
616969	380650746961
507469	257524785961
247859	61434083881
340838	116170542244
705422	497620198084

14159248294434907161696950746924785934083805422

graine

Méthode congruente

Reste de la division entière

$$X_{(n+1)} = aX_n \,(mod\ m)$$

$$a = 16507\ ;\ m = 2^{31} - 1$$

16507	2147483647
2509	41416063
683654951941	755152195
12465297282865	1302195677
21495344040239	1180217416
19481848885912	2024723975
33422118655325	830657064
13711656155448	2120553000

414160637551521951302195677118021741620247239758306570642120553000

Origine

Manhattan (1940-45) simuler le trajet des neutrons dans la matière fissile (bombe A)

Nom de code Monte Carlo

John von Neumann

Nombres pseudo-aléatoires

Qualifier les suites pseudo-aléatoires (1)

Une suite vraiment aléatoire :

- Connaître les n premiers nombres ne donne aucune info sur le (n+1)ème
- Le programme le plus économique pour les transmettre → l'énumérer

Complexité maximale

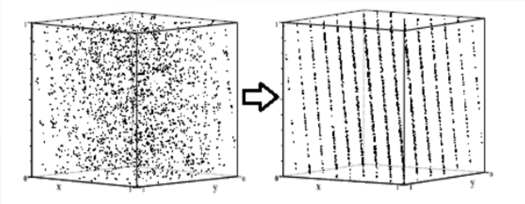
∞

Une « bonne » suite pseudo- aléatoire :

- Probabilité uniforme pour chaque chiffre (moyenne, écart-type)
- Pas de cycle (ou cycle le plus long possible)
- La plus économique à générer
- Pas de corrélations spatiales

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 …	→ Loi uniforme vérifiée, mais cyclique
3 2 3 6 5 0 1 4 7 2 9 1 8 0 1 4 5 6 7 8 9 0 1 2 7 4 5 8 7 8 1 …	→ Loi uniforme vérifiée, mais corrélation (pair, impair)
2 6 5 3 5 8 9 7 9 3 2 3 8 4 6 2 6 4 3 3 8 3 2 7 9 5 0 2 8 8 ….	→ Décimales de π, coûteux en ressources

Corrélations spatiales : paires de nombres aléatoires, mais sur feuillets.



Effet Marsaglia

Le hasard en bref

- A notre échelle, le hasard est le principe déclencheur d'événements non liés à une cause connue.
- En mécanique quantique, il y a des phénomènes irréductiblement aléatoires
- Le hasard obéit à des lois de probabilité selon la nature statistique des causes : loi uniforme, loi normale, loi de Poisson
- Sur un ordinateur, on génère de suites pseudo-aléatoires (déterministes à causes cachées)

Qualifier les suites pseudo-aléatoires (2)

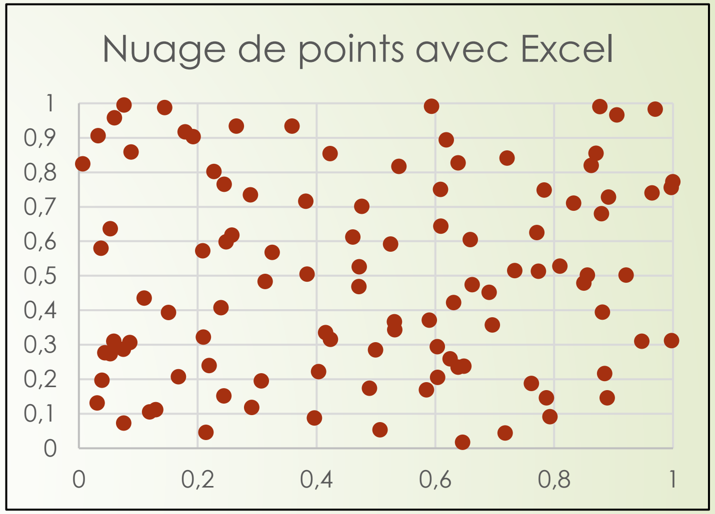
Tous les logiciels ont un générateur de nombres aléatoires uniformes $U \in]0,1[$

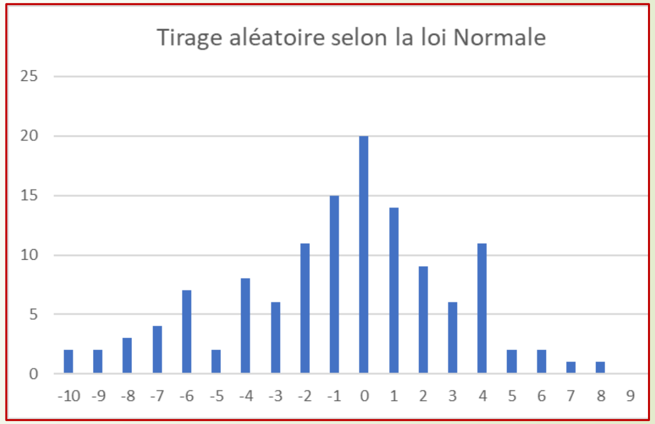
Excel → Alea()

A partir des résultats d'Alea on peut tirer des nombres selon les principales lois de probabilité

- Uniforme sur $]a,b[\Rightarrow \; a + (b-a)U$
- Loi exponentielle moyenne $\lambda \Rightarrow -\frac{\ln(U)}{\lambda}$
- Loi normale - Gauss $\mathbb{N}(0,1)$

$$\vartheta = 2\pi U_1$$
$$r = -\ln U_2$$
$$x = r\,sin\,\vartheta\,;\,y = r\,cos\,\vartheta$$





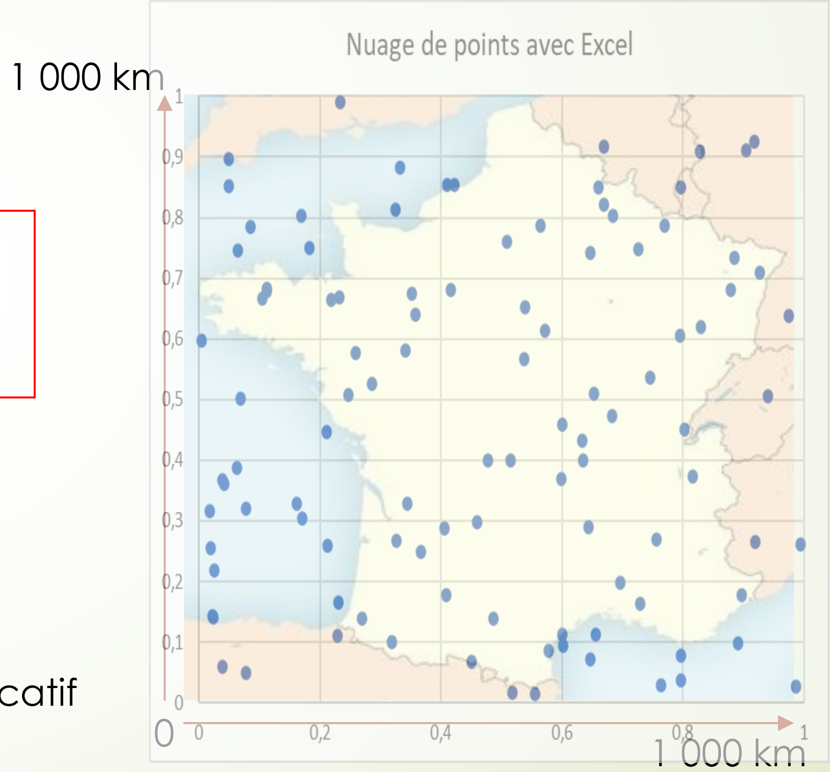
Rapide et approximatif (quick and dirty)

Estimer la surface de la France (continentale)

Méthode Monte Carlo
105 Points au hasard
45 hors de l'Hexagone

Surface estimée

$$\frac{60}{105} 1\ 000\ 000\ km^2 = 570\ 000\ km^2$$



La précision du calcul est proportionnelle à

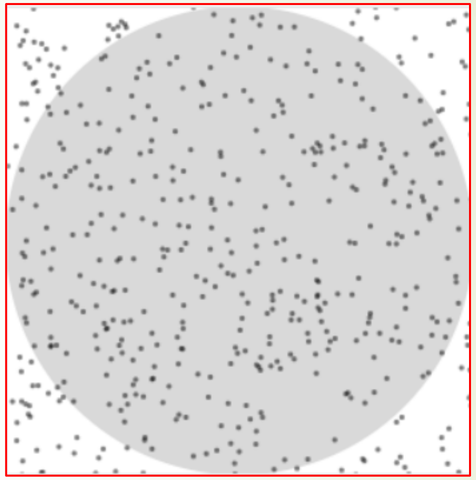
$$1/\sqrt{nb\ de\ points}$$

100 fois plus de points pour gagner un chiffre significatif

Estimer la valeur de π

Méthode Monte Carlo

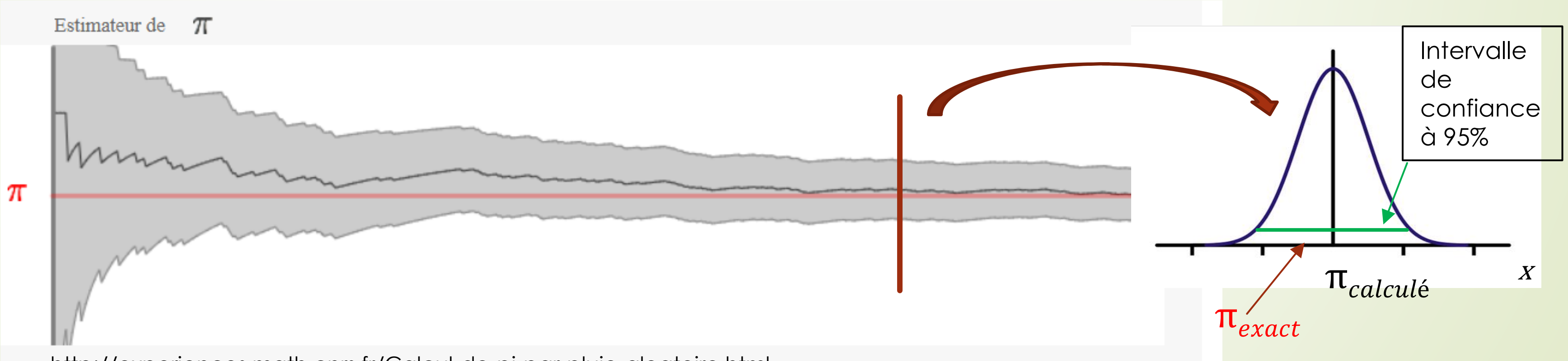
- Points au hasard dans un carré,
- compter le nombre de points dans cercle inscrit



La précision du calcul est proportionnelle à

$$1/\sqrt{nb\ de\ points}$$

Loi des grands nombres

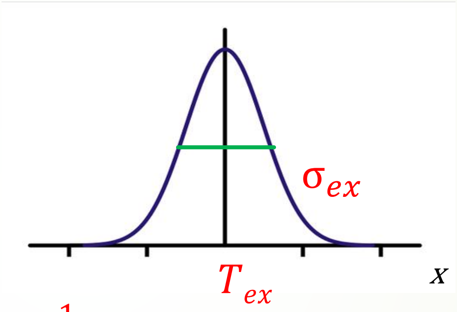


http://experiences.math.cnrs.fr/Calcul-de-pi-par-pluie-aleatoire.html

Exemple estimation de la taille des Français :

- moyenne T_{ex} inconnue
- Hypothèse

  taille t est donnée par une distribution normale : moyenne T_{ex} , écart-type σ_{ex}



Sondage de N personnes : $T_{est} = \frac{1}{N}(t_1 + t_2 + \cdots + t_N) = \frac{1}{N}\sum_1^N t_i$

La taille moyenne estimée est elle-même une variable aléatoire :

$T_{est} \in \left[T_{ex} - \frac{2\sigma_{ex}}{\sqrt{N}}, T_{ex} + \frac{2\sigma_{ex}}{\sqrt{N}}\right]$ avec une probabilité de 95%.

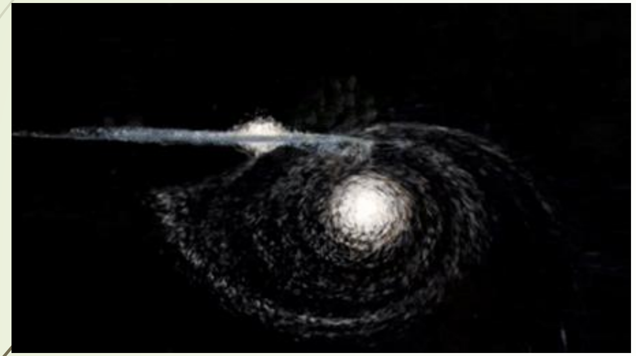
Exemple $(\sigma_{ex} \sim 0{,}15\ m)$: sondage

- 100 personnes, $T_{est} = 1{,}72\ \mathrm{m}$ $T_{ex} = 1{,}72 \pm \frac{2*0{,}15}{10} = 1{,}72 \pm 0{,}03m$
- 1000 personnes $T_{ex} = 1{,}72 \pm 0{,}01m$

Le hasard en bref

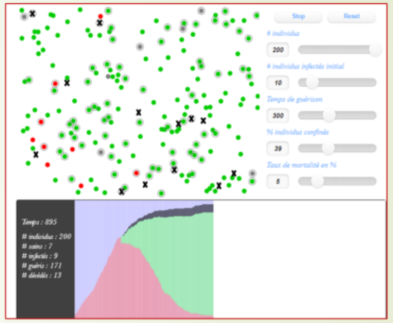
- A notre échelle, le hasard est le principe déclencheur d'événements non liés à une cause connue.
- En mécanique quantique, il y a des phénomènes irréductiblement aléatoires
- Le hasard obéit à des lois de probabilité selon la nature statistique des causes : loi uniforme, loi normale, loi de Poisson
- Sur un ordinateur, on génère de suites pseudo-aléatoires (déterministes à causes cachées)
- Les méthodes d’échantillonnage aléatoire permettent des estimations, dont la précision croît comme l’inverse de la racine carrée de la taille de l’échantillon.

Systèmes dynamiques : de(très) nombreux composants dont le comportement individuel est déterminé par des causes multiples.



Collision de 2 galaxies

Trafic routier



https://images.math.cnrs.fr/Modelisation-d-une-epidemie-partie-2.html

Propagation d'une épidémie

Une méthode de Monte-Carlo est une méthode algorithmique visant à calculer une valeur numérique approchée en utilisant des procédés aléatoires, c'est-à-dire des techniques probabilistes.(Wikipédia)

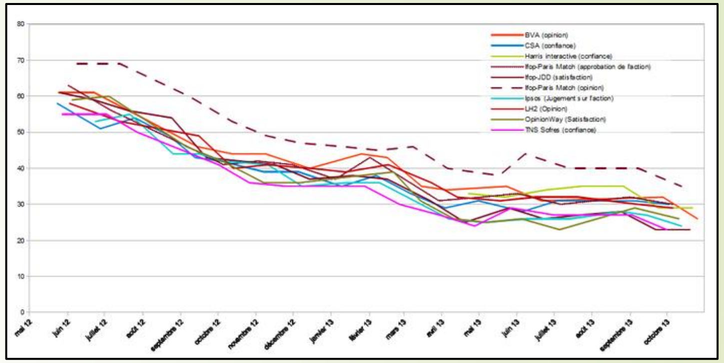
Utiliser les méthodes d'échantillonnage aléatoire (sondages) dans les problèmes dépendant de nombreux paramètres (Pb à N-corps)

Les méthodes de Monte-Carlo(1)

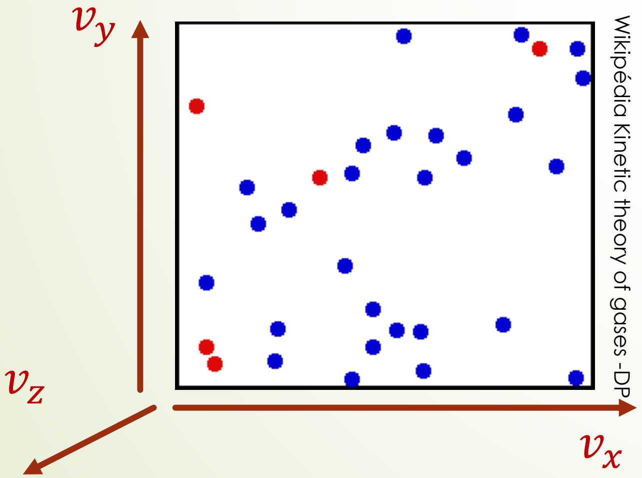
Utiliser les méthodes d'échantillonnage aléatoire (sondages) dans les problèmes dépendant de nombreux paramètres (Pb à N-corps)

Historiquement, trajectoires des neutrons dans la matière fissile de la bombe A

Les sondages d'opinion



Suivre l'opinion de 1000 Français pour estimer l'opinion des 66 000 000.

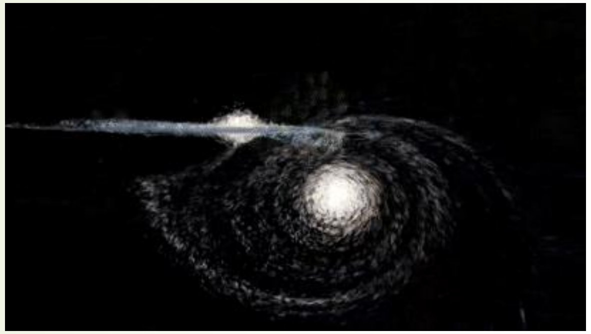


Suivre 10^4 molécules « représentatives » pour prévoir la dynamique de 10^{18} réelles

Une molécule représentative : même dynamique, mais de section 10^7 plus large pour respecter le taux de collisions

Les méthodes de Monte-Carlo(2)

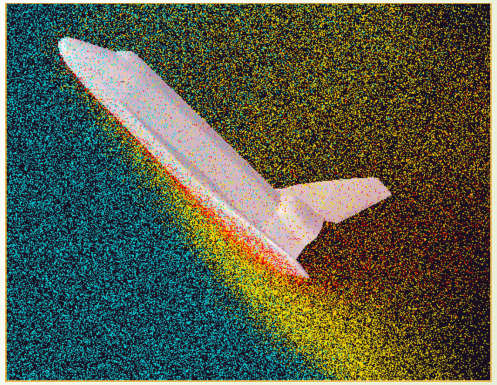
Utiliser les méthodes d'échantillonnage aléatoire (sondages) dans les problèmes dépendant de nombreux paramètres (Pb à N-corps)



230 milliards d'étoiles dans la Voie Lactée
(2,3 10^{11} étoiles)

n étoiles dans le calcul
N étoiles réelles de masse réelle m
Chaque étoile représentative contribue au champ gravitationnel avec une masse fictive Nm/n

« DSMC » Méthode directe de simulation Monte-Carlo dans les gaz raréfiés (équation de Boltzmann)
La rentrée de la navette spatiale dans l'atmosphère →



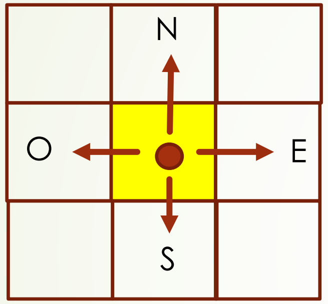
https://stuff.mit.edu/afs/athena/course

Le hasard en bref

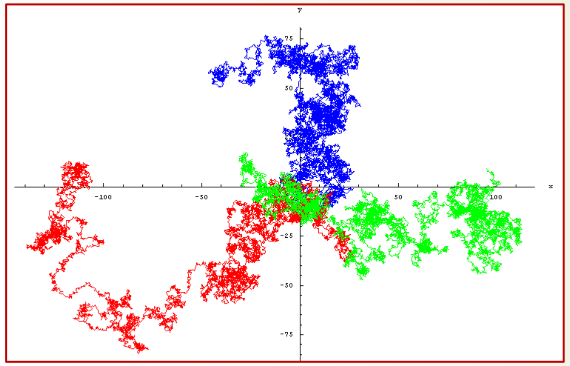
- A notre échelle, le hasard est le principe déclencheur d'événements non liés à une cause connue.
- En mécanique quantique, il y a des phénomènes irréductiblement aléatoires
- Le hasard obéit à des lois de probabilité selon la nature statistique des causes : loi uniforme, loi normale, loi de Poisson
- Sur un ordinateur, on génère de suites pseudo-aléatoires (déterministes à causes cachées)
- Les méthodes de Monte-Carlo permettent la résolution approchée de systèmes avec de nombreux composants en interaction (cinétique, des gaz, équation de Boltzmann)

L’archétype des méthodes « Monte-Carlo »

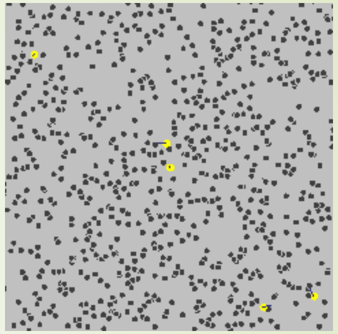
Un jeton se déplace par sauts aléatoires sur un maillage régulier



Le choix de la direction est aléatoire dans les 4 directions avec une probabilité égale à 1/4



Mouvement brownien – marche au hasard
Source Wikipédia –Marche aléatoire



Probabilité d’être à une distance r de l’origine après n pas ?

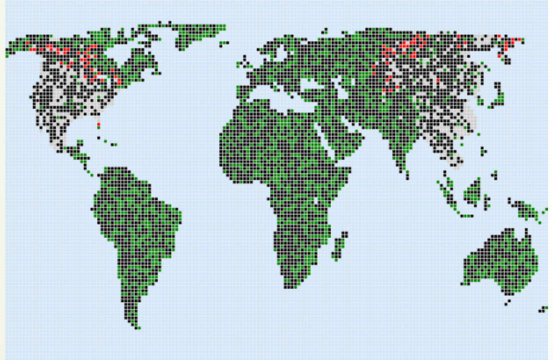
$$P_n(r) = \frac{2r}{nl^2} e^{-\frac{r^2}{nl^2}}$$

Résolution de l’équation de diffusion

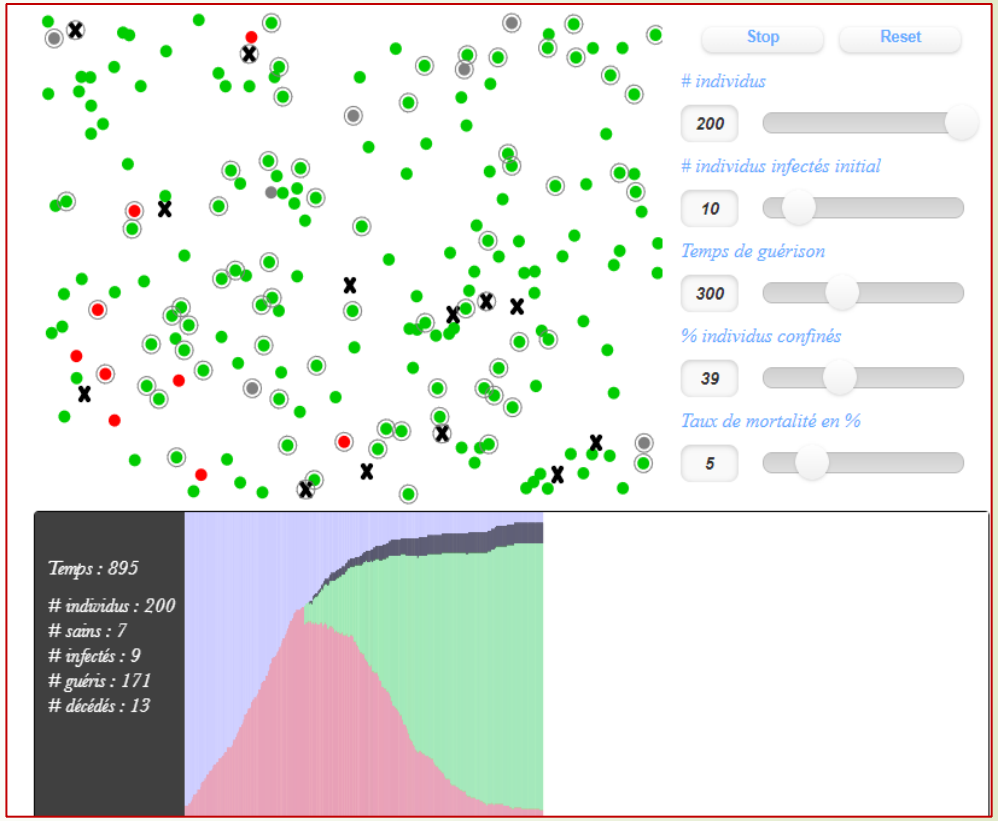
- Nuage de moustiques en forêt - Pearson, Rayleigh (1908)
- Diffusion de la chaleur
- Feux de forêts, épidémies, etc.

La pandémie COVID 19 vu par Monte-Carlo

Les simulations d'évolutions d'épidémie sont souvent basées sur des simulations Monte-Carlo
Marche aléatoire des personnes et probabilité de rencontres → donc de contamination

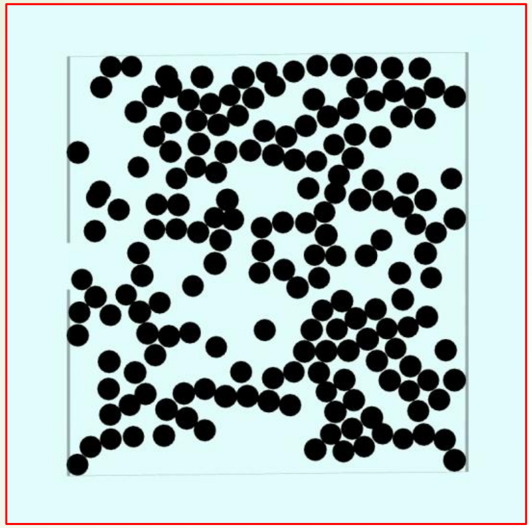


Un modèle mondial (usage pédagogique)

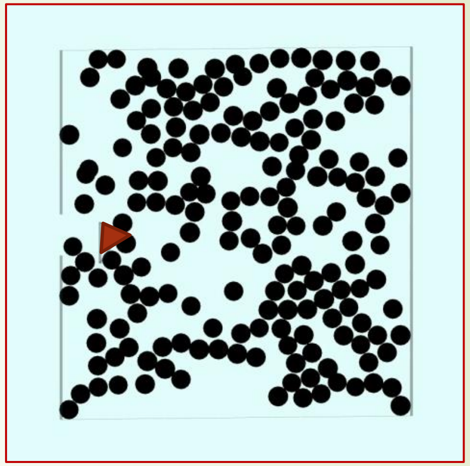


https://images-archive.math.cnrs.fr/Modelisation-d-une-epidemie-partie-1.html

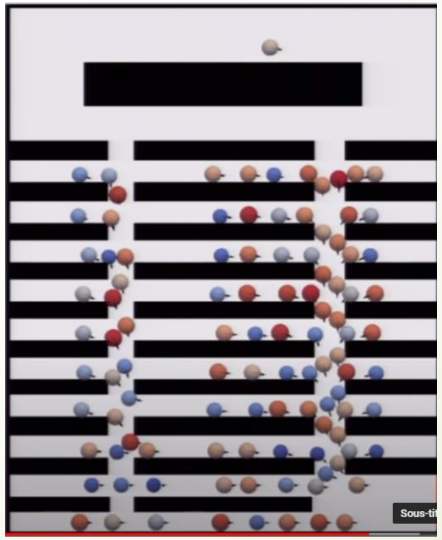
Mouvement de foule ou de trafic routier



Avec ou sans obstacle



Mathématiques et Mouvements de foules
Bertrand Maury –IHP
Un film de 1h15



Le hasard en bref

- A notre échelle, le hasard est le principe déclencheur d'événements non liés à une cause connue.
- En mécanique quantique, il y a des phénomènes irréductiblement aléatoires
- Le hasard obéit à des lois de probabilité selon la nature statistique des causes : loi uniforme, loi normale, loi de Poisson
- Sur un ordinateur, on génère de suites pseudo-aléatoires (déterministes à causes cachées)
- Les méthodes de Monte-Carlo permettent la résolution approchée de systèmes avec de nombreux composants en interaction (cinétique, des gaz, équation de Boltzmann)
- La marche au hasard (et ses dérivées) est la base de modélisation de nombreux phénomènes de diffusion (épidémie, mouvement de foules)

Simulation des files d'attente

Un problème récurrent, parfois « pressant »

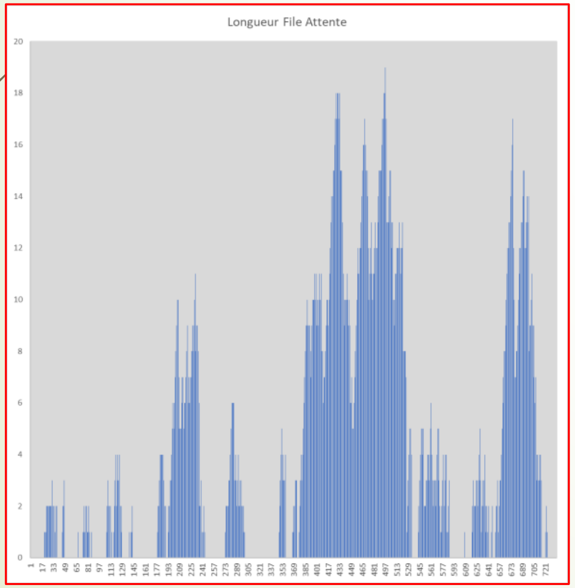
Temps de service aléatoire

Arrivées aléatoires

www.telecom-sudparis.eu

madame Pee

Combien de personnes dans la file
Durée moyenne d'attente



Temps du dernier client servi	32
durée moyenne observée entre 2 arrivées (mn)	0,04
durée moyenne observée de service (mn)	1,19
Temps d'attente moyen observé dans la file	0,15
Nombre moyen de clients dans la file (Lf)	4
Longueur maximale de la file (Lf)	19

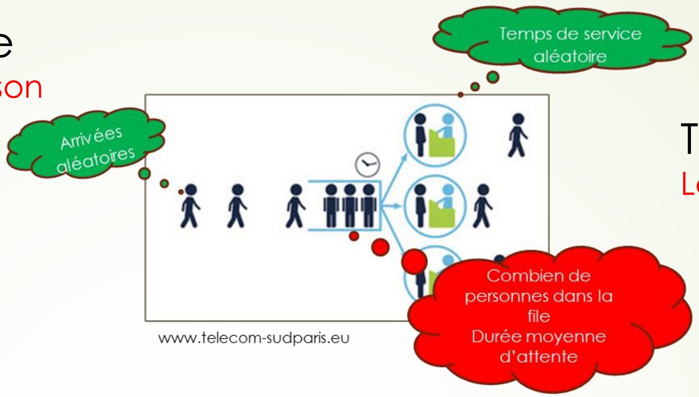
https://www.madamepee.com/

Simulation des files d'attente (2)

Arrivées dans la file d'attente

Arrivées indépendantes → Loi de Poisson pour les intervalles de temps entre 2 arrivées (moyenne T)

$$Prob(\Delta t) = \frac{1}{T} e^{-\frac{\Delta t}{T}}$$



Temps de service

Loi uniforme pour $T_s \in [T - \Delta T, T + \Delta T]$

$$Prob(T_s) = \frac{1}{2\Delta T} = cte$$

Client	Intervalle Temps	Date arrivé	Temps station	Station libre	Date début	Durée Servic	urinoir 1	urinoir 2	urinoir 3	urinoir 4	urinoir 5	urinoir 6	urinoir 7	urinoir 8	urinoir 9	urinoir 10
	0	0		Initialisation			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,03	0,03	0,00	7	0,03	0,10	0,00	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00	0,13	0,01	0,00	0,00
2	0,06	0,09	0,00	20	0,09	0,24	0,00	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00	0,13	0,01	0,00	0,00
3	0,04	0,13	0,00	10	0,13	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00	0,13	0,01	0,00	0,14
4	0,05	0,18	0,00	3	0,18	3,27	0,00	0,01	3,44	0,01	0,01	0,00	0,13	0,01	0,00	0,14
5	0,06	0,24	0,00	14	0,24	2,76	0,00	0,01	3,44	0,01	0,01	0,00	0,13	0,01	0,00	0,14
6	0,12	0,36	0,00	9	0,36	0,56	0,00	0,01	3,44	0,01	0,01	0,00	0,13	0,01	0,92	0,14
7	0,03	0,38	0,00	1	0,38	0,89	1,27	0,01	3,44	0,01	0,01	0,00	0,13	0,01	0,92	0,14
8	0,10	0,48	0,00	28	0,48	0,35	1,27	0,01	3,44	0,01	0,01	0,00	0,13	0,01	0,92	0,14
9	0,01	0,49	0,00	24	0,49	0,57	1,27	0,01	3,44	0,01	0,01	0,00	0,13	0,01	0,92	0,14
10	0,01	0,50	0,00	18	0,50	0,15	1,27	0,01	3,44	0,01	0,01	0,00	0,13	0,01	0,92	0,14
11	0,03	0,53	0,00	6	0,53	0,35	1,27	0,01	3,44	0,01	0,01	0,88	0,13	0,01	0,92	0,14
12	0,13	0,66	0,00	16	0,66	2,01	1,27	0,01	3,44	0,01	0,01	0,88	0,13	0,01	0,92	0,14
13	0,02	0,68	0,00	19	0,68	0,53	1,27	0,01	3,44	0,01	0,01	0,88	0,13	0,01	0,92	0,14
14	0,03	0,71	0,01	13	0,71	6,80	1,27	0,01	3,44	0,01	0,01	0,88	0,13	0,01	0,92	0,14
15	0,07	0,78	0,01	2	0,78	0,73	1,27	1,51	3,44	0,01	0,01	0,88	0,13	0,01	0,92	0,14

Client	toilette 11	toilette 12	toilette 13	toilette 14	toilette 15	toilette 16	toilette 17	toilette 18	toilette 19	toilette 20	toilette 21	toilette 22	toilette 23	toilette 24	toilette 25	toilette 26	toilette 27	toilette 28	toilette 29	toilette 30	toilett 31
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,0
2	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,0
3	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,0
4	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,0
5	0,01	0,01	0,01	2,99	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,0
6	0,01	0,01	0,01	2,99	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,0
7	0,01	0,01	0,01	2,99	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,0
8	0,01	0,01	0,01	2,99	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,84	0,01	0,01	0,0
9	0,01	0,01	0,01	2,99	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	1,06	0,01	0,01	0,01	0,84	0,01	0,01	0,0
10	0,01	0,01	0,01	2,99	0,01	0,00	0,01	0,65	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	1,06	0,01	0,01	0,01	0,84	0,01	0,01	0,0
11	0,01	0,01	0,01	2,99	0,01	0,00	0,01	0,65	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	1,06	0,01	0,01	0,01	0,84	0,01	0,01	0,0
12	0,01	0,01	0,01	2,99	0,01	2,68	0,01	0,65	0,00	0,33	0,01	0,01	0,01	1,06	0,01	0,01	0,01	0,84	0,01	0,01	0,0
13	0,01	0,01	0,01	2,99	0,01	2,68	0,01	0,65	1,21	0,33	0,01	0,01	0,01	1,06	0,01	0,01	0,01	0,84	0,01	0,01	0,0
14	0,01	0,01	7,51	2,99	0,01	2,68	0,01	0,65	1,21	0,33	0,01	0,01	0,01	1,06	0,01	0,01	0,01	0,84	0,01	0,01	0,0
15	0,01	0,01	7,51	2,99	0,01	2,68	0,01	0,65	1,21	0,33	0,01	0,01	0,01	1,06	0,01	0,01	0,01	0,84	0,01	0,01	0,0

Un exemple de simulation de files d'attente

ANDREA JAMES HTTPS://BOINGBOING.NET/

Des millions de nombres aléatoires :

- Vitesses des voitures
- Directions prises aux carrefours
- Etc.

Modélisation lagrangienne (suivi de véhicules sélectionnés au hasard)
←→ modélisation eulérienne (capteurs fixes sur la chaussée)

Le hasard en bref

- A notre échelle, le hasard est le principe déclencheur d'événements non liés à une cause connue.
- En mécanique quantique, il y a des phénomènes irréductiblement aléatoires
- Le hasard obéit à des lois de probabilité selon la nature statistique des causes : loi uniforme, loi normale, loi de Poisson
- Sur un ordinateur, on génère de suites pseudo-aléatoires (déterministes à causes cachées)
- Les méthodes de Monte-Carlo permettent la résolution approchée de systèmes avec de nombreux composants en interaction (cinétique, des gaz, équation de Boltzmann)
- La marche au hasard (et ses dérivées) est la base de modélisation de nombreux phénomènes de diffusion (épidémie, mouvement de foules)
- Les lois du hasard permettent la simulation dynamique des files d'attente (toilettes, caisse de magasin, trafic routier …)

La percolation (1)

De la diffusion
Marche aléatoire dans un repère fixe

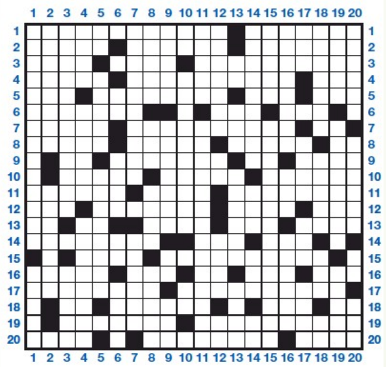
→

À la percolation
Déplacement dans un repère aléatoire

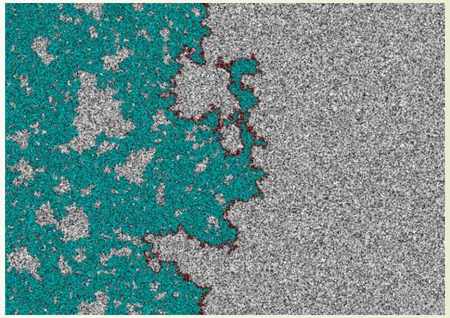
Qu'y a-t-il de commun entre ces situations ?

A partir de quelle quantité d'eau le café goutte-t-il ?

Combien de pierres réparties aléatoirement pour traverser le torrent ?



Il y a-t-il des zones dont le remplissage ne dépend as de autres ?



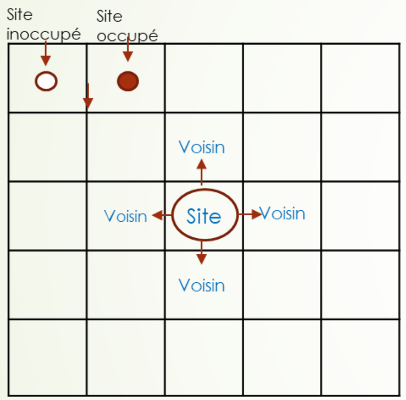
Alexis Monnerot-Dumaine - Wikipédia

Quand la rouille va-t-elle couper la tôle en deux

Le phénomène de percolation - J. M. Hammersley, en 1957

La percolation (2)

Phénomène de propagation dans les milieux aléatoires (fluide, information, rumeur, épidémie, etc.)



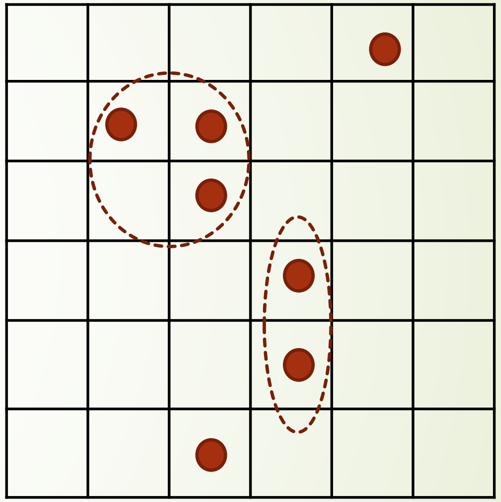
7 sites occupés sur 36

$$p = \frac{7}{36} = 0{,}194$$

1 agrégat de 3 sites

1 agrégat de 2

2 agrégats de 1

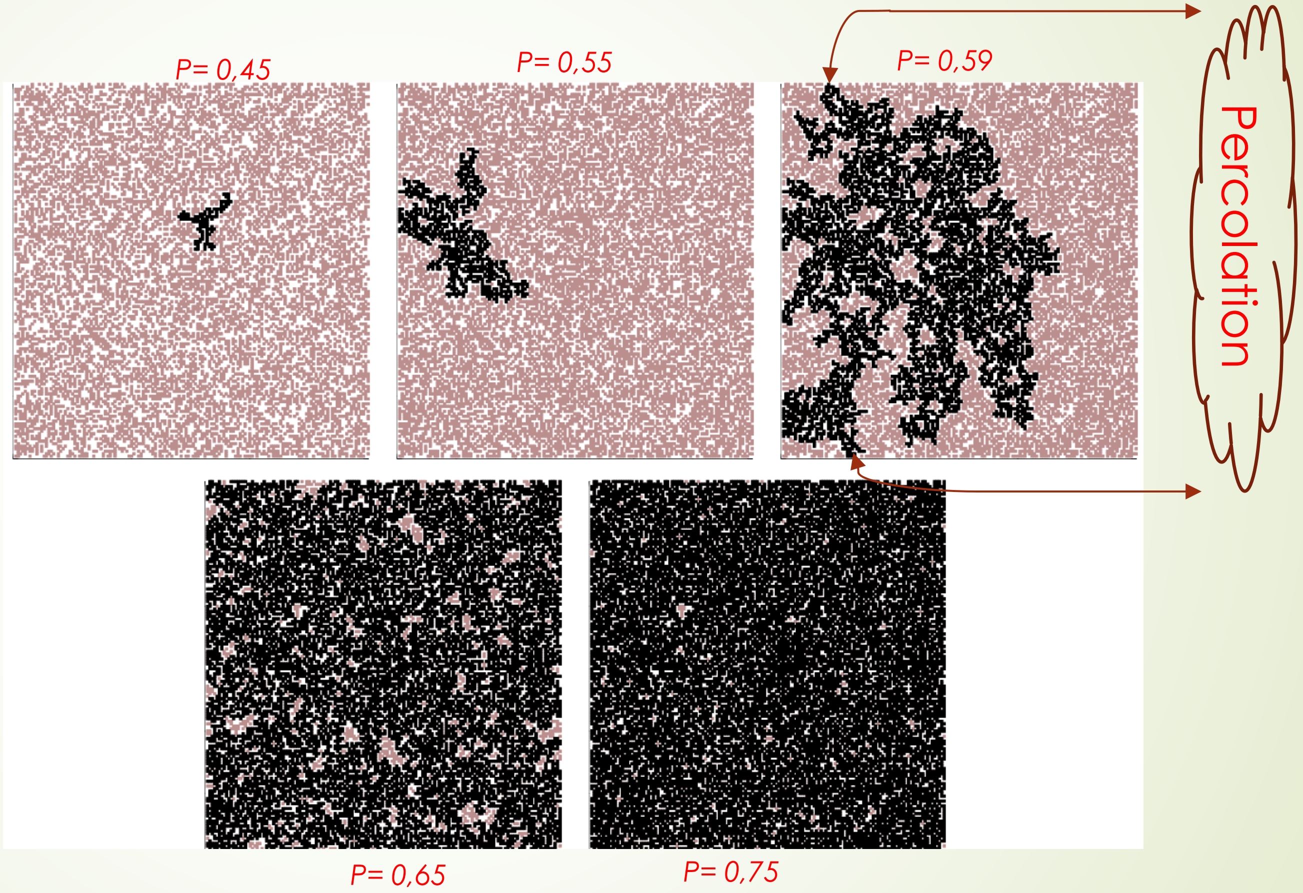


Questions

- Statistiques de la taille des agrégats (clusters)
- Il-y-a-t-il un agrégat qui joint 2 bords opposés (percolation)
- Comment varient ces propriétés avec le taux d'occupation p

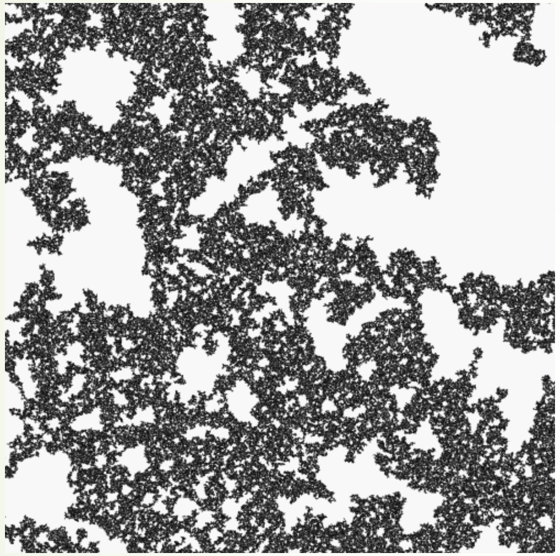
Seuil critique de percolation : réseau 2D *p=0.592746*

En rose, sites occupés
En noir, sites du plus gros agrégat



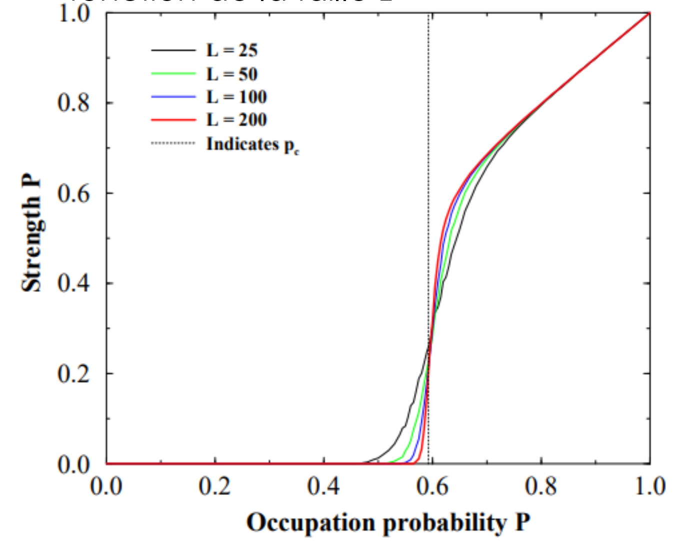
"Percolation Theory" Kim Christensen Blackett Laboratory Imperial College London

La transition est « adoucie » pour les réseaux de taille finie



Source Wikipédia « Percolation_theory »

% de sites dans le plus gros agrégat, en fonction de la taille L



L'agrégat de percolation a une dimension fractale de dimension 91/48 <2

Universalité → les exposants critiques ne dépendent que de la dimension du réseau

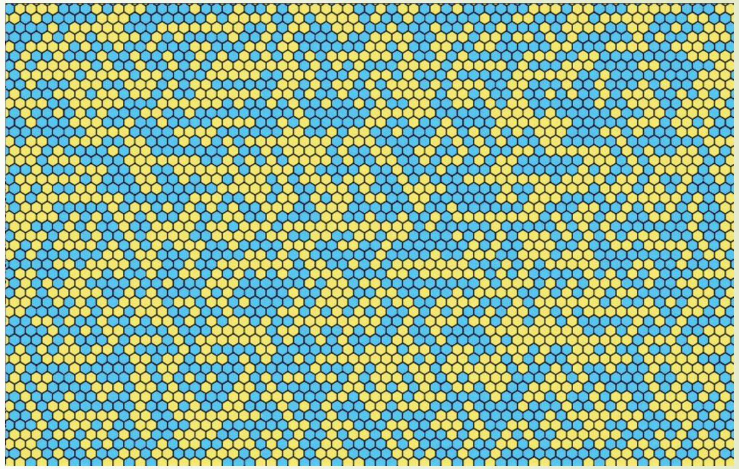
Universalité : Voir vidéo ImagesMaths du CNRS

La percolation (5)

Le seuil de percolation dépend de la topologie (règle de voisinage) – exemple $p_c = 0,5$

Le seuil dépend de la dimension de l'espace (pavage carré, cube, etc…

- 1D → $p_c = 1$
- 2D → $p_c = 0,592746$
- 3D → $p_c = 0,3116$
- 4D → $p_c = 0,197$
- 5D → $p_c = 0,107$
- …



http://images.math.cnrs.fr/La-percolation-jeu-de-pavages-aleatoires

Percolation : phénomène émergent
Très illustrative des phénomènes universels de transition de phase

- A notre échelle, le hasard est le principe déclencheur d'événements non liés à une cause connue.
- En mécanique quantique, il y a des phénomènes irréductiblement aléatoires
- Le hasard obéit à des lois de probabilité selon la nature statistique des causes : loi uniforme, loi normale, loi de Poisson
- Sur un ordinateur, on génère de suites pseudo-aléatoires (déterministes à causes cachées)
- Les méthodes de Monte-Carlo permettent la résolution approchée de systèmes avec de nombreux composants en interaction (cinétique, des gaz, équation de Boltzmann)
- La marche au hasard (et ses dérivées) est la base de modélisation de nombreux phénomènes de diffusion (épidémie, mouvement de foules)
- Les lois du hasard permettent la simulation dynamique des files d'attente (toilettes, caisse de magasin, trafic routier …)
- La percolation (diffusion dans les milieux aléatoires) a un comportement typique de transition de phase : phénomène émergent universel.

Les classes d'automates

Automates déterministes

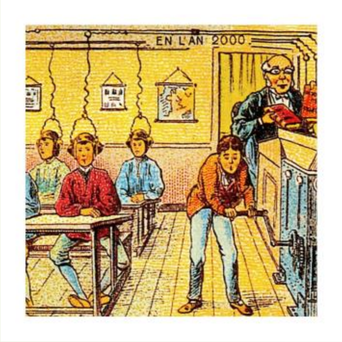
Automates déterministes pouvant avoir des régimes chaotiques

Rôle du bruit
Du hasard

Comment aborder un domaine si divers et si interdisciplinaire ?

Des vidéo conférences sur la chaîne YouTube : la Science de Bernie – Saison 3

LA SCIENCE DE BERNIE



Des podcasts sur Spotify
[La science de Bernie]

Mon blog https://un-peu-de-physique.fr/
Des cours, des ressources…

Un peu de Physique pour comprendre le monde moderne
autrement

Merci

bernard.remaud@univ-nantes.fr
https://www.un-peu-de-physique.fr