



Un peu de Science pour comprendre le monde moderne

Les 2 infinis

[Bernard Remaud](#)

bernard.remaud@univ-nantes.fr
<https://www.un-peu-de-physique.fr>



La chaîne YouTube



Le blog

Présentation pour vidéo –

L'espace-temps

a) Les 3 relativités

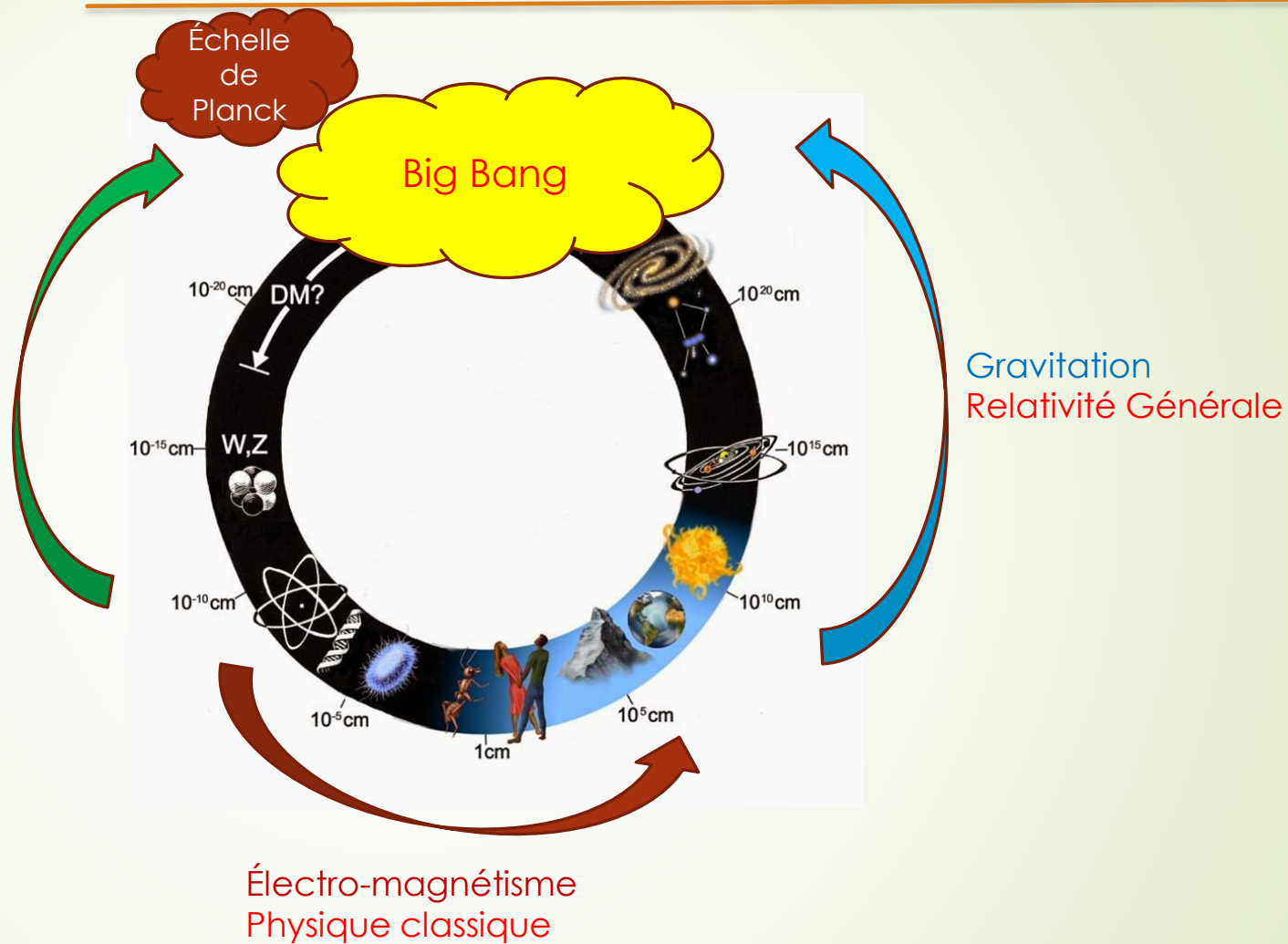
1

Cette oeuvre est sous licence [Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 France License](#).
Les illustrations non créditées sont des créations personnelles

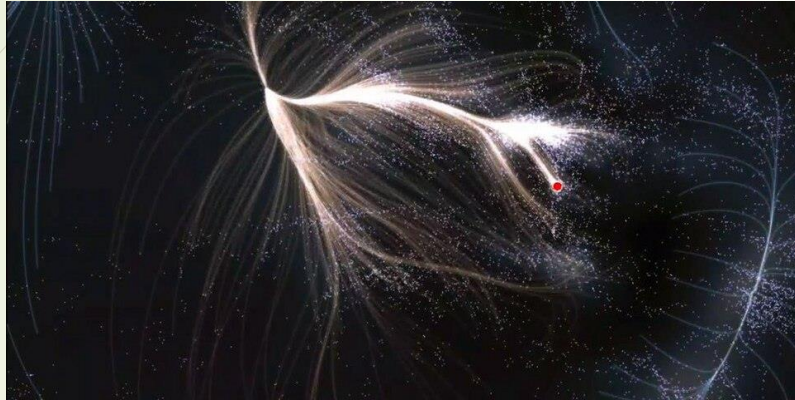


Forces nucléaires et
électro-magnétiques
Mécanique quantique

Adapté de F. Giovannelli
et L. Sabau- Graziatti
Proceedings of Science
[PoS\[MULTIF2019\]003](#)

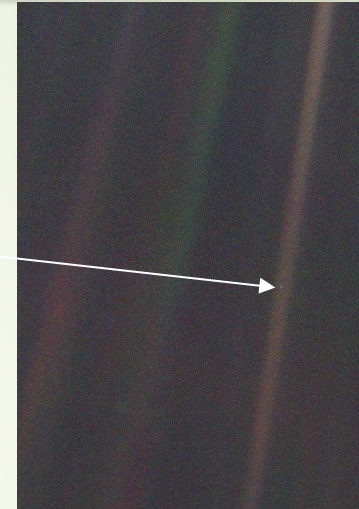


Extrait de vidéo
<https://www.youtube.com/watch?v=No0omeHlxwo>,
par D. Pomarède



Super amas Laniakea – champ de vitesses et la Voie Lactée (point rouge)

La Terre vue de
Voyager 1



Pale blue dot -Nasa – domaine public

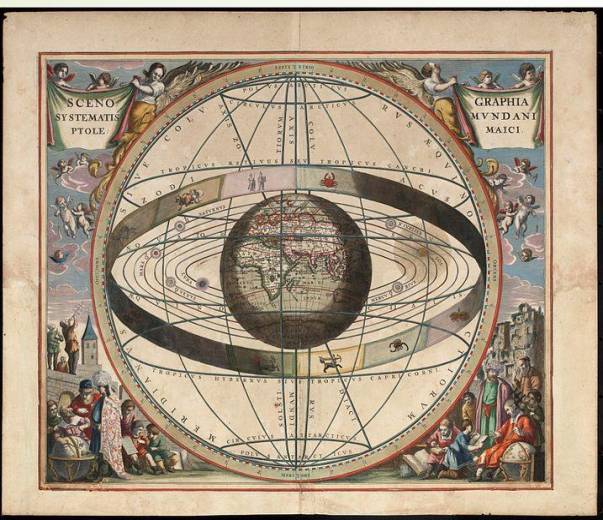
Un zoom de l'infiniment grand permet de percevoir :

- La diversité des structures aux différentes échelles
- Des zones « vides », entre le noyau et le nuage électronique ; la « solitude » du Soleil par rapport à ses voisines



De l'infiniment grand à l'infiniment petit
Vidéo – YouTube k4mUV6FzIEU

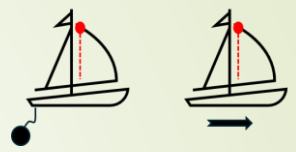
Géocentrisme de Ptolémée
(Aristote IVème siècle avant ère moderne)



Andreas Cellarius, 1660/61
Wikipédia - Géocentrisme - domaine public

Comprendre le monde ... les deux infinis

Relativité Galiléenne
(Galilée XVIIème siècle)

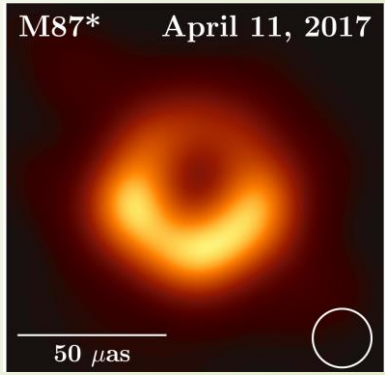


Relativité restreinte
(Einstein 1905)



Généré par ChatGPT - montre déformée en caoutchouc

Relativité générale
(Einstein 1915)



Trou noir M87, by European Southern Observatory (ESO)CC A 4.0



Les 3 relativités - en résumé

5

- Par rapport au modèle fixiste géocentré, Les 3 relativités vont proposer au cours des siècles une autre vision de notre Univers.

Masse : quantité de matière, se mesure en kg
Poids : attraction d'une masse par la Terre (la Lune, etc.)



Balance Roberval
Wikipédia – by Cqoui CC BY-SA 4.0



Balance électronique –
travail personnel

Un appareil mesure la **masse** ; l'autre mesure le **poids**

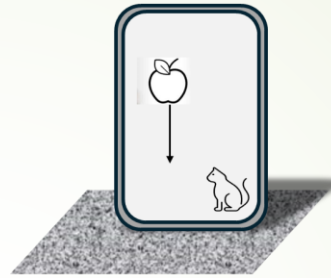
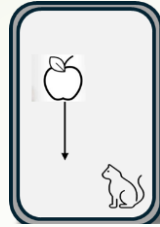
L'un indiquera la **même mesure partout sur la Terre ou sur la Lune**
L'autre aura des **indications différentes à l'équateur ou au pôle Nord**, et bien sûr sur la Lune

Une masse de 1 kg **pèsera** (en Newtons)

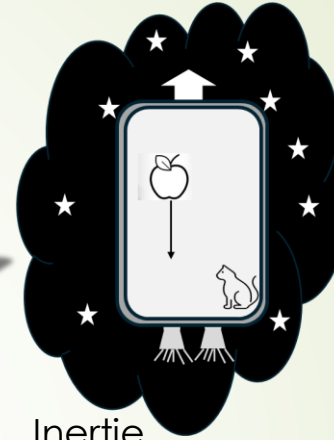
- 9,832 N aux pôles,
- 9,809 N à l'équateur
- 1,622 N sur la lune

Expérience de pensée

Le chat – enfermé dans une boîte - se sent attiré vers le plancher et regarde tomber la pomme.



Pesanteur



Inertie

Est-il sur Terre ou dans une fusée qui accélère dans l'espace ?

Les effets locaux de la gravitation et d'un référentiel accéléré pour l'observateur ne sont pas physiquement distinguables (Einstein) : il y a équivalence locale.

Équivalence masse inertielle ↔ masse gravitationnelle (Newton XVIIème , Einstein 1905)

Gravitation $F = g \frac{m_g M}{d^2}$

Inertie $F = m_i a$

Le même « m » ?

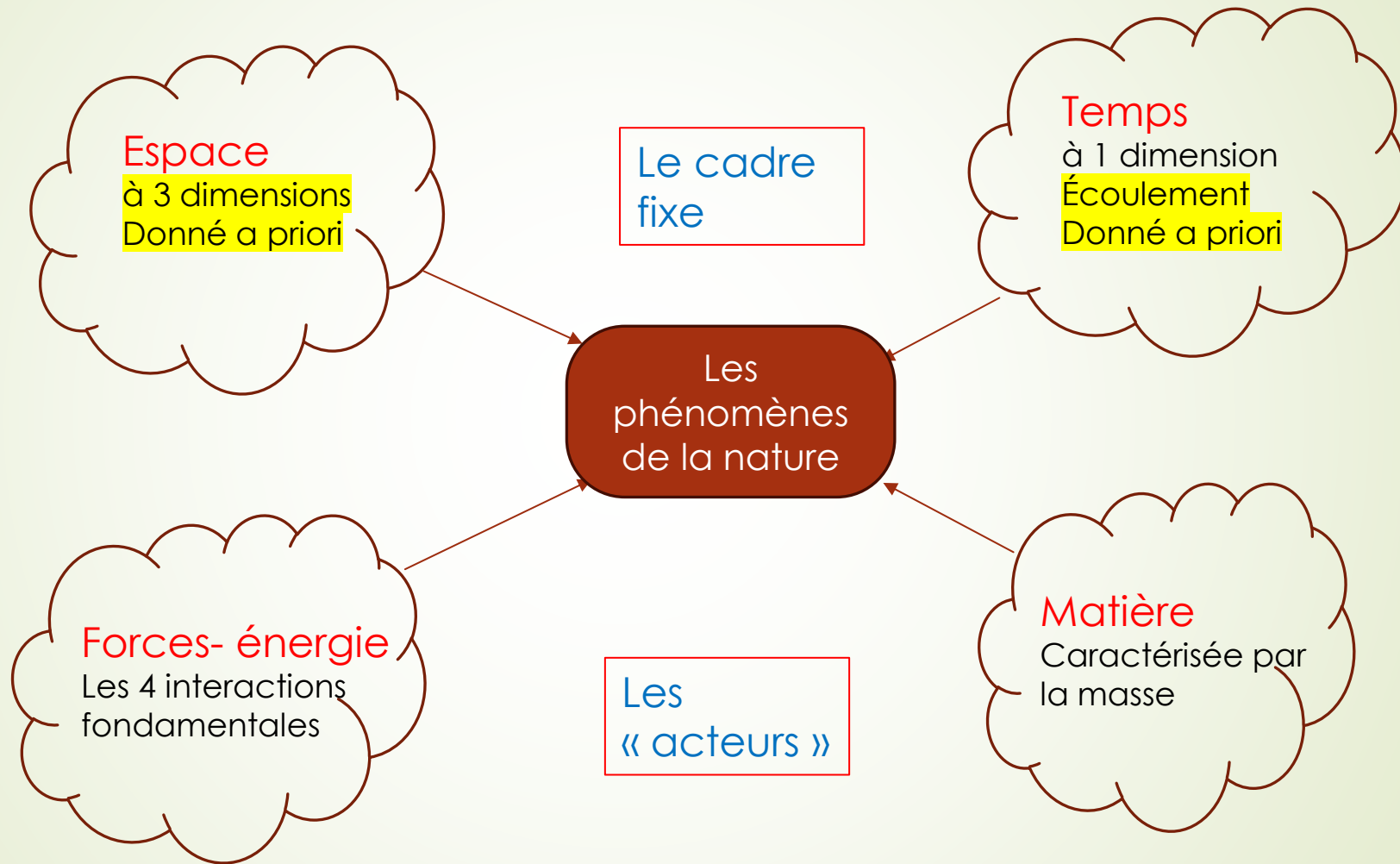
Principe : vérifié expérimentalement avec une précision supérieure à 10⁻¹³

Les 3 relativités - en résumé

8

- Par rapport au modèle fixiste géocentré, Les 3 relativités vont proposer au cours des siècles une autre vision de notre Univers.
- Principe d'équivalence : masse gravitationnelle et masse inertielle sont identiques

La relativité galiléenne



Comprendre le monde ... les deux infinis





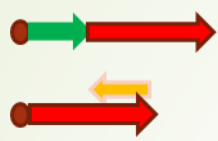
Galileo - Galilei

« Avec le bateau à l'arrêt, observez soigneusement comment (...) les gouttes tombent dans le récipient en dessous, et si vous lancez quelque chose à votre ami, vous n'avez pas besoin de le lancer plus fort dans une direction que dans une autre, les distances étant égales, (...); faites avancer le bateau à l'allure qui vous plaira, pour autant que la vitesse soit uniforme et ne fluctue pas de part et d'autre. Vous ne verrez pas le moindre changement dans aucun des effets mentionnés et même aucun d'eux ne vous permettra de dire si le bateau est en mouvement ou à l'arrêt ». (cité dans wikipedia)

Les lois physiques sont les mêmes dans **les référentiels inertiels** (ne subissant aucune accélération, freinage ou changement de direction)

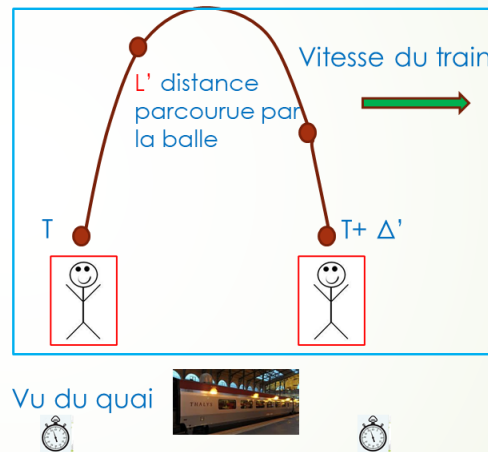
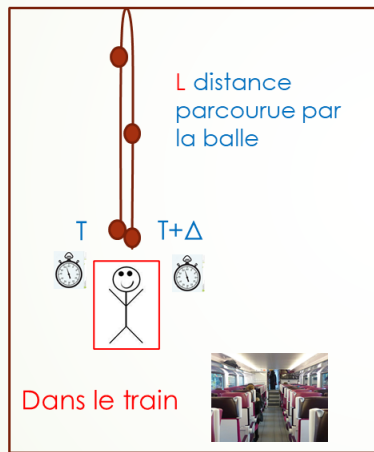
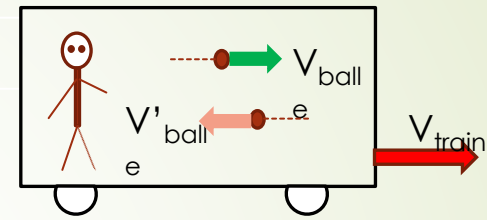


Conséquence : composition des vitesses



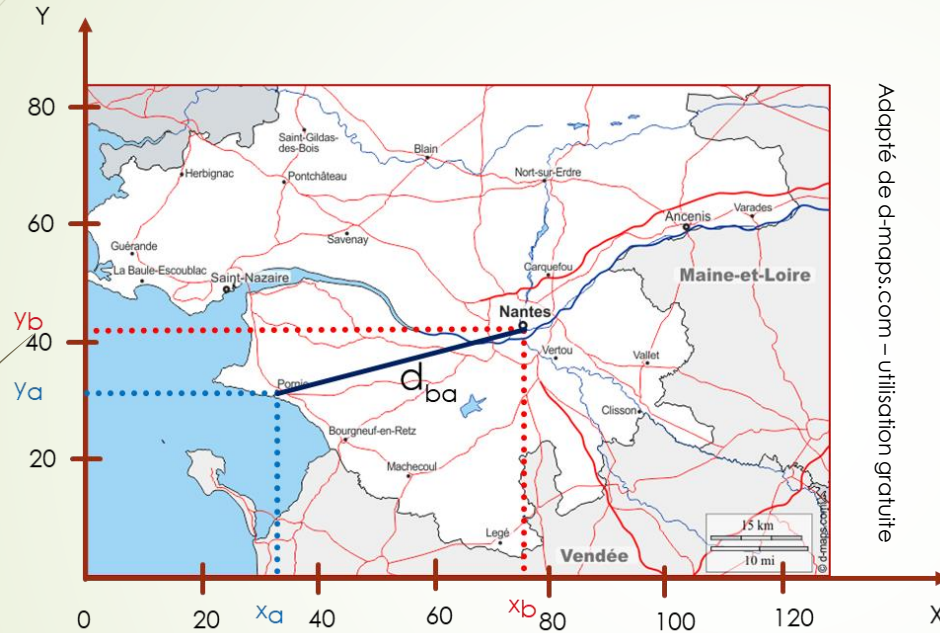
$$V_{total} = V_{train} + V_{balle}$$

$$V_{total} = V_{train} - V'_{balle}$$



A partir du quai la balle a parcouru une longueur $L' > L$
 Mais la vitesse du train s'ajoute à celle de la balle et
 $\Delta = \Delta'$
 Le temps mesuré est le même dans le train et sur le quai

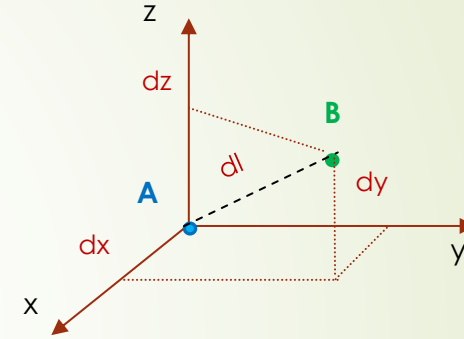
Distance Pornic –Nantes à vol d'oiseau



Adapté de d-maps.com – utilisation gratuite

Théorème de Pythagore

$$d_{ba}^2 = (x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2$$



On généralise à 3 dimensions

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Métrie euclidienne

Un évènement : un temps + un lieu (4 nombres) $\rightarrow E = [t | x, y, z] \equiv [t | \vec{r}]$

Soient 2 évènements $E_A = [t_A | x_A, y_A, z_A]$ $E_B = [t_B | x_B, y_B, z_B]$

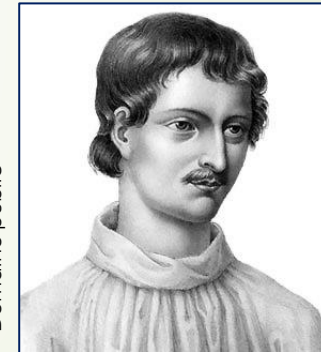
- L'écart de temps entre les 2 évènements est $dt = t_A - t_B$, quelles que soient les positions dans l'espace

- La distance dans l'espace (métrique) se déduit d'une forme du théorème de Pythagore

$$dl_{A-B}^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2$$

- Le temps et l'espace sont indépendants
- Il n'y a pas de référentiel absolu
- Il existe un temps universel
- 2 évènements peuvent être simultanés dans des référentiels différents
- Les distances dans l'espace sont euclidiennes (la ligne droite est le plus court chemin entre deux points dans l'espace)

*L'espace est homogène et il n'y a pas de référentiel privilégié (le monde n'a pas de point fixe.... Sacrilège)
Giordano Bruno*



Wikipédia - Giordano Bruno -
Domaine public

Giordano Bruno (1548-1600)

Les 3 relativités - en résumé

15

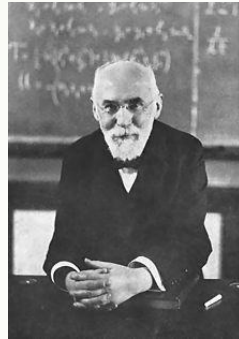
- Par rapport au modèle fixiste géocentré, Les 3 relativités vont proposer au cours des siècles une autre vision de notre Univers.
- Principe d'équivalence : masse gravitationnelle et masse inertielle sont identiques
- **Relativité galiléenne: les lois physiques sont identiques dans des référentiels inertiels : pas de référentiel absolu, temps universel**

La relativité restreinte

Etablie par Einstein en 1905 après des travaux préliminaires de Poincaré, Minkowski, Lorentz, etc., elle prend en compte **la constance de la vitesse de la lumière quel que soit le référentiel**



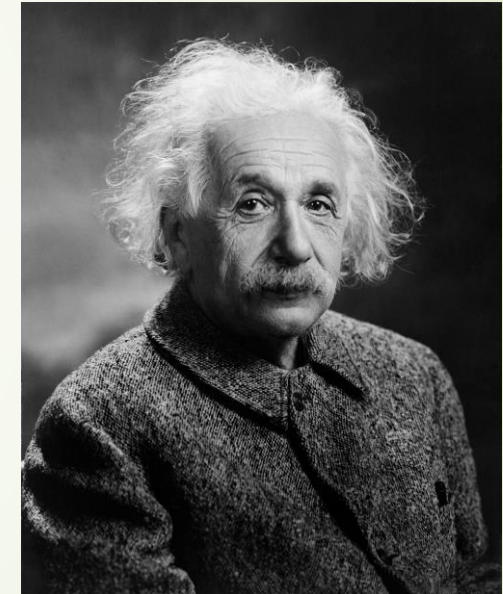
Henri Poincaré
(1854-1912)
Wikipédia-Henri Poincaré –
Domaine public



Hendrik Lorentz
(1853-1928)
Wikipédia- Transformation de
Lorentz- Domaine public



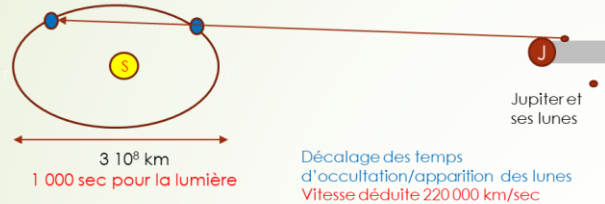
Hermann Minkowski
(1864-1909)
Wikipédia- Hermann Minkowski-
Domaine public



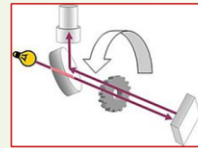
Albert Einstein (1879-1955)
Wikipédia-Albert Einstein – Domaine public

En 1905, Albert Einstein publie un article d'une trentaine de pages, Zur Elektrodynamik bewegter Körper (De l'électrodynamique des corps en mouvement), qui réconcilie plusieurs contradictions entre les théories de l'époque et les résultats expérimentaux.
(Wikipédia – Albert Einstein)

- 5ème siècle avant JC – Empédocle : La vitesse de la lumière est finie (sans preuve)
- 1675 Ole Rømer et Christiaan Huygens



- 1849 Fizeau



Rotation roue dentée
8 000 mètre entre source et miroir
Vitesse déduite 315 000 km/s

Source Wikipedia

La vitesse de la lumière est finie

La vitesse de la lumière est identique dans tous les référentiels

- Michelson (1925) Miroirs tournants
 $c = 299\,796 \pm 4 \text{ km/s}$

- Désormais $c = 299\,792,458 \text{ km/s} \pm 0 \text{ km/s}$

Le mètre est défini à partir de c

(distance que parcourt la lumière en $\frac{1}{299\,792\,458}$ seconde)

$$c \ominus v = c$$



$$c \oplus v = c$$



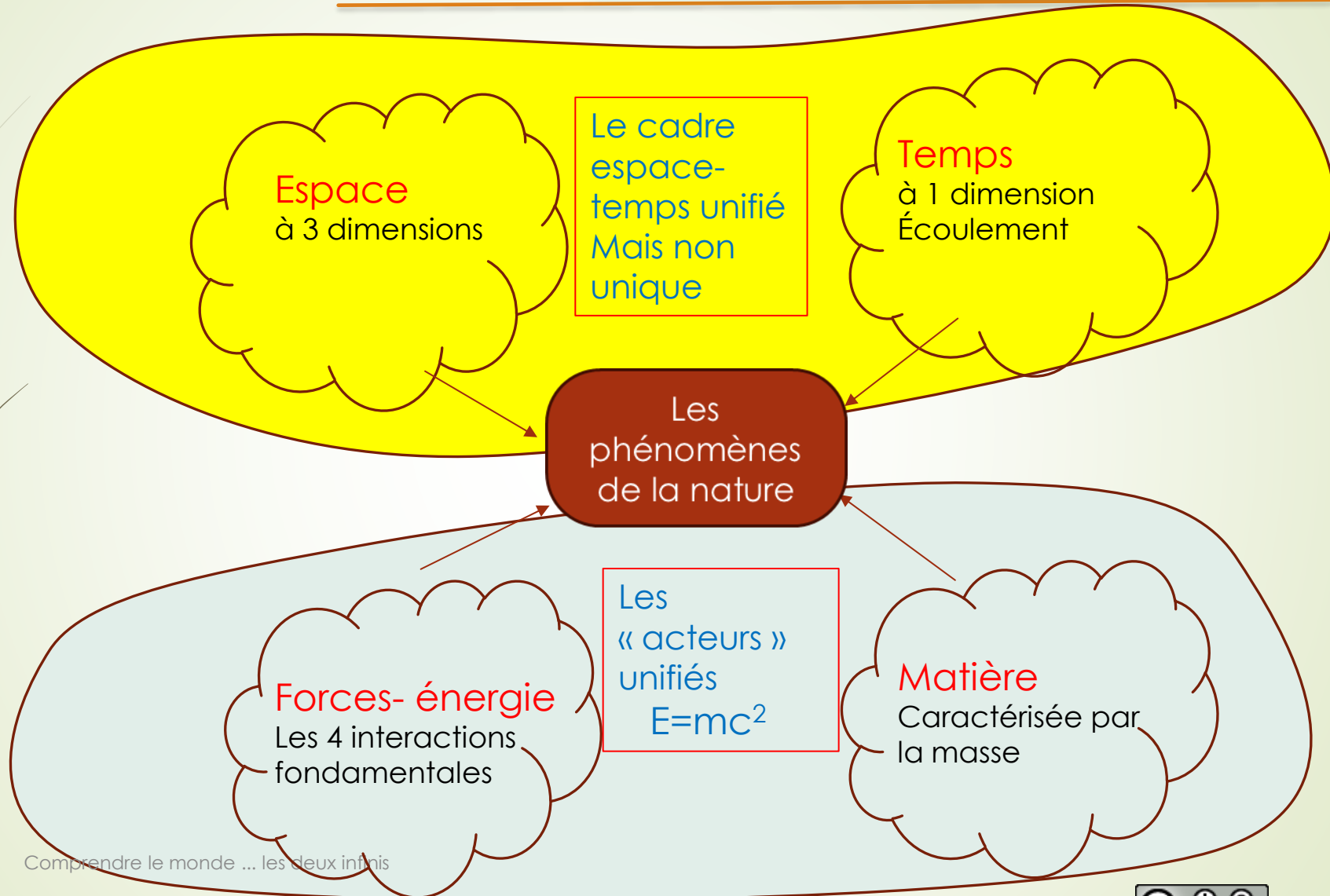
Travail personnel

Comprendre le monde ... les deux infinis

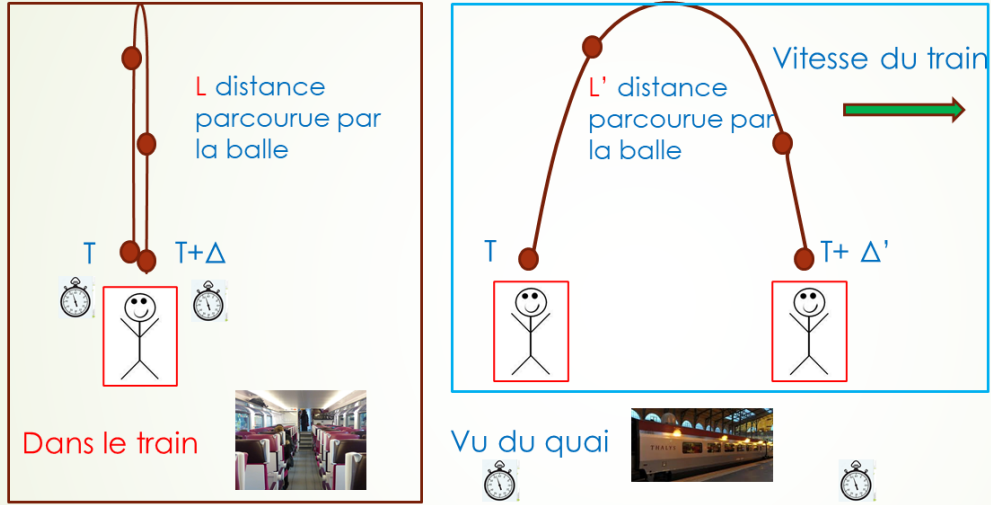
La relativité restreinte résulte de la **constance de la vitesse de la lumière** (et de toutes les ondes électromagnétiques) dans tous les référentiels

Des phénomènes qui heurtent le bon sens

- Les **horloges ralentissent** dans les référentiels en mouvement relatif
- **Impossibilité de définir la simultanéité** de 2 évènements dans des référentiels différents
- Le **décalage vers le rouge de la lumière** des galaxies qui s'éloignent
- Le **paradoxe des jumeaux**
- Equivalence de la masse et de l'énergie $E = mc^2$



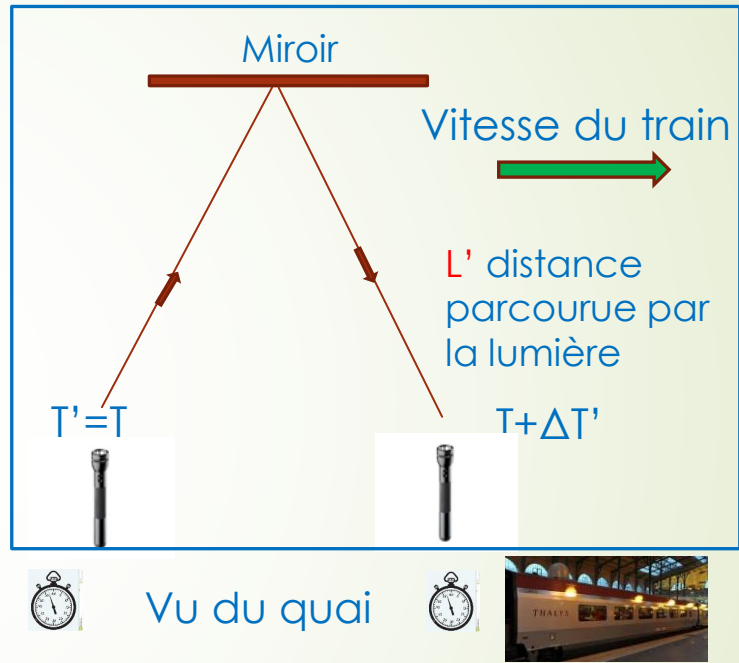
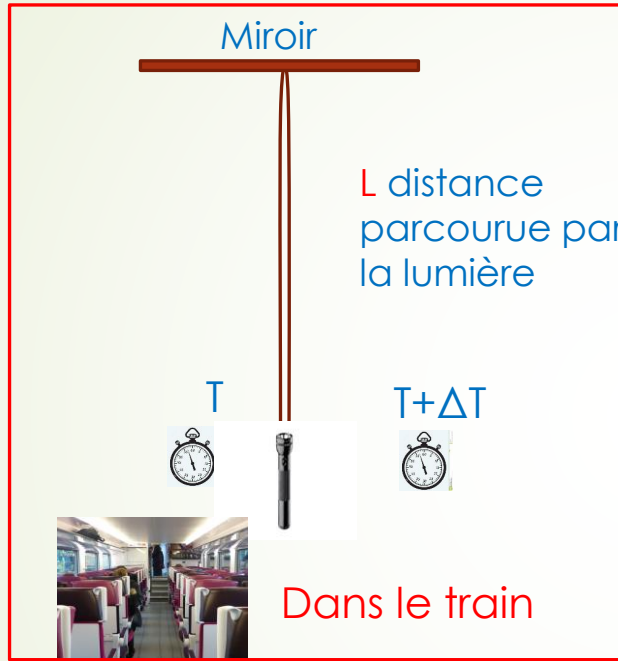
Galiléen (rappel): lancer de balle dans un train



Conséquence de l'addition des vitesses
 $V_{total} = V_{train} + V_{balle}$

A partir du quai la balle a parcouru une longueur $L' > L$
Mais la vitesse du train s'ajoute à celle de la balle et
 $\Delta = \Delta'$
Le temps mesuré est le même dans le train et sur le quai

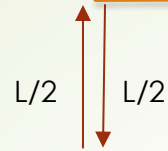
Relativité : lumière dans un train (qui roule très très très vite)



On observe $L' > L$. Mais la vitesse de la lumière est constante, donc $\Delta T < \Delta T'$
 Pour l'observateur sur le quai, le temps de trajet de la lumière dans le train est plus long; comme si l'horloge du train était ralentie.

Calcul détaillé

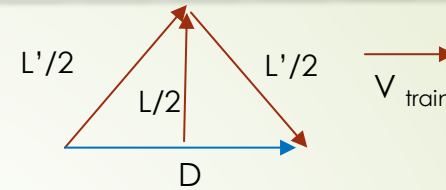
Dans
le train



L distance parcourue par
la lumière

ΔT temps du parcours

Vu du
quai



L' distance parcourue par la
lumière

$\Delta T'$ temps du parcours

$D = V \Delta T'$ distance parcourue par le train

$\Delta T = L/c$ (vitesse de la lumière)

Théorème de Pythagore (580 ans avant JC)

$$L'^2/4 = L^2/4 + D^2/4 \rightarrow L'^2 = L^2 + (V * \Delta T')^2$$

On divise tout par le carré de la vitesse de la lumière

$$L'^2/c^2 = L^2/c^2 + (V * \Delta T')^2/c^2 \rightarrow \Delta T'^2 = \Delta T^2 + V^2 \Delta T'^2 / c^2$$

D'où on extrait $\Delta T'$ en fonction de ΔT :

$$\Delta T' = \frac{\Delta T}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > \Delta T$$

Mesuré sur le quai, le temps écoulé est plus long que celui mesuré dans le train...

Pour un observateur, une horloge *en mouvement* semble *ralentie* par rapport à une horloge *immobile* dans son référentiel.

Le temps écoulé dans le référentiel de l'observateur (temps observé T') paraît plus long que le temps local T du référentiel mobile

$$T' = \frac{T}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Si v est « petit » $v < 100\,000$ km/s $T' = T * \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right)$

Si v est proche de la vitesse de la lumière $T' \gg T$

Vous observez une particule proche de la vitesse de la lumière ($0,995 c$): une durée de **1 seconde** à l'horloge embarquée avec la particule, correspondra à une durée de **10 secondes** à votre horloge (le temps de la particule vous paraîtra ralenti).

Si la particule va à la vitesse de la lumière (photon), **le temps vous paraît se figer** dans le référentiel de la particule.

Usain Bolt est-il un tricheur?

chrono au sol 9,6 sec aux 100m,

$$v/c = 10/(3 \times 10^8) \text{ (en m/s)} \rightarrow v^2/c^2 \approx 10^{-15}$$

chrono au poignet de Bolt

$$\approx 9,6 \text{ s } (1 + 0,5 \cdot 10^{-15})$$

Correction de 0,000 000 000 000 005 seconde

Les muons du CERN

Les muons au repos ont une durée de vie de 2,2 μs

Accélérés, ils ne pourraient pas parcourir plus de:

$$2,2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^8 = 660 \text{ mètres (selon Newton)}$$

Au CERN, les muons parcourent 19 000 mètres

Leur durée de vie observée du sol est 64 μs ($v = 0,9994 c$)

Le GPS

Le ralentissement des horloges des satellites du GPS nécessite un correctif (vitesse des satellites par rapport à la Terre) :

sinon dérive de l'ordre de 1 km par jour

Il y a un autre effet relativiste à corriger

Les 3 relativités - en résumé

26

- Par rapport au modèle fixiste géocentré, Les 3 relativités vont proposer au cours des siècles une autre vision de notre Univers.
- Principe d'équivalence : masse gravitationnelle et masse inertielle sont identiques
- Relativité galiléenne: les lois physiques sont identiques dans des référentiels inertiels : pas de référentiel absolu, temps universel
- **La relativité restreinte est la conséquence de la constance de la vitesse de la lumière, quels que soient les référentiels dans lesquels on la mesure → ralentissement des horloges**

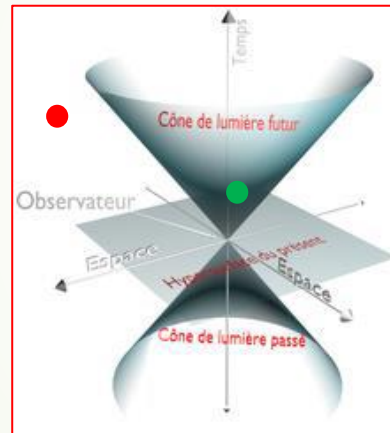
Un évènement dans l'espace-temps : $[t; x, y, z]$

Métrie de Minkowski

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

2 évènements sont sans lien causal si $ds^2 < 0$

- Alunissage dans 1 minute
- Arrivée sur Mars dans 3 minutes



Cône de lumière

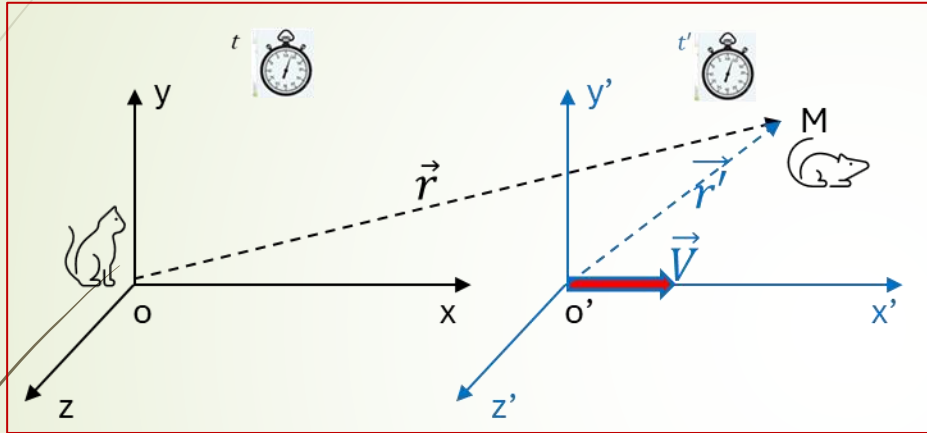
Wikipédia by Lithium57 –
GNU Free Documentation License

La surface des évènements $ds^2 = 0$ dessine un cône (ici pour visualiser 2 dimensions pour l'espace)

- A l'intérieur du cône $ds^2 > 0$, les évènements peuvent avoir des liens de cause à effet
- A l'extérieur $ds^2 < 0$, les évènements sont sans lien causal

Plus généralement, pour 2 référentiels galiléens en translation :

- Référentiel de l'observateur : référentiel $Oxyz$, horloge t
 - Référentiel mobile $O'x'y'z'$, horloge t' ; vitesse \vec{V} par rapport à l'observateur
- Les 2 référentiels coïncident au temps $t = t' = 0$.



$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{O'M} = \vec{r}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

Rappel Galilée

$$\begin{aligned} t' &= t \\ x' &= x - Vt \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

Simplification $V_x = V; V_y = V_z = 0; \beta = \frac{V_x}{c}$,

$$\begin{aligned} t' &= \gamma \left(t - \frac{\beta x}{c} \right) \\ x' &= \gamma (x - V_x t) \\ y' &= y; z' = z \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

Symétrie (rotation temps-espace)

$$\begin{aligned} ct' &= \gamma (ct - \beta x) \\ x' &= \gamma (x - \beta ct) \\ y' &= y; z' = z \end{aligned}$$

La composition des vitesses devient (1 dimension : cas $V_y = V_z = 0$)

$$v'_x = \frac{v_x + V_x}{1 + \frac{v_x \cdot V_x}{c^2}}$$

On remarque que si $v_x = c$ ou $V_x = c \Rightarrow v'_x = c$

Galilée $v'_x = v_x + V_x$

La vitesse de la lumière c , est une limite absolue

Dans tout référentiel galiléen (inertiel), l'énergie d'une particule est liée par l'invariant

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

Où p est la quantité de mouvement relativiste : $p = \gamma m v = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Dans un référentiel donné (le laboratoire), l'énergie d'une particule

$$E = \gamma m c^2$$

A la limite non relativiste $\frac{v}{c} \ll 1$; $\gamma \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots$; et :

$$E \cong mc^2 + 1/2mv^2.$$

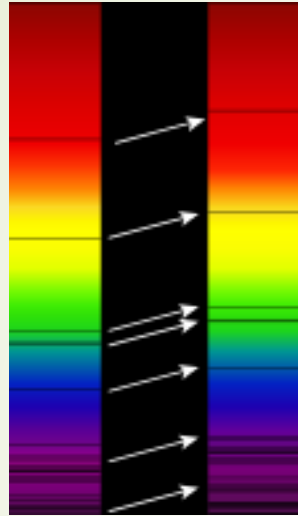
L'énergie de masse plus l'énergie cinétique classique

Les 3 relativités - en résumé

30

- Par rapport au modèle fixiste géocentré, Les 3 relativités vont proposer au cours des siècles une autre vision de notre Univers.
- Principe d'équivalence : masse gravitationnelle et masse inertielle sont identiques
- Relativité galiléenne: les lois physiques sont identiques dans des référentiels inertiels : pas de référentiel absolu, temps universel
- La relativité restreinte est la conséquence de la constance de la vitesse de la lumière dans tous les référentiels galiléens → ralentissement des horloges
- La loi d'addition des vitesses galiléenne est modifiée: la vitesse de la lumière est une limite absolue.

Décalage vers le rouge
Wikipédia – By Georg Wiora - CC BY-SA 3.0



Effet Doppler relativiste

$$\lambda_{reçu} = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \lambda_{émis} = (1 + z) \lambda_{émis}$$

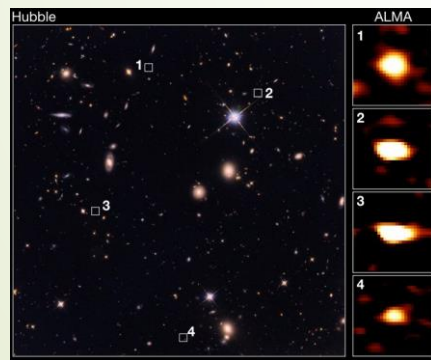
$\lambda_{émis}$ longueur d'onde émise par la source

$\lambda_{reçu}$ longueur d'onde mesurée à la réception

Par convention, $v > 0$, la source s'éloigne du récepteur, sinon $v < 0$.

Si $v \ll c$, $z \approx \frac{v}{c}$

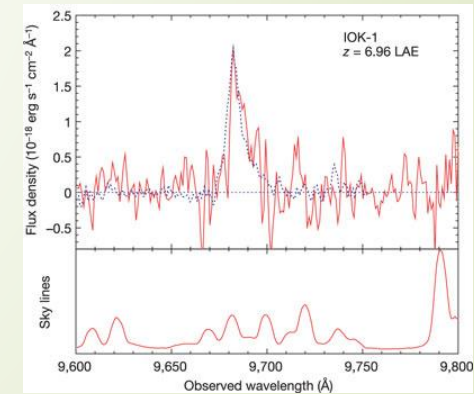
Si la source s'éloigne de l'observateur, il y a un décalage vers les grandes longueurs d'onde (vers le rouge) de la lumière reçue



by ESA/Hubble & NASA –Public domain

Dans la réalité
Ce qui est observé
pour $z=6,96$

Pic de Lyman : 1216 Å au repos



Einstein (1905) : Tout objet dont l'énergie augmente (diminue) d'une quantité ΔE voit sa masse augmenter (diminuer) de

$$\Delta m = \Delta E / c^2$$

Dans un référentiel inertiel, l'équivalent en énergie d'un objet au repos de masse m , est :

$$E = m c^2$$

Formule anticipée par Poincaré (1900) et autres

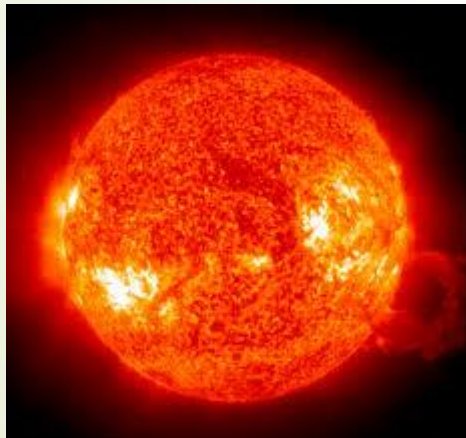


Nuage atomique sur Hiroshima

Wikipédia - Bombardements atomiques d'Hiroshima et de Nagasaki - domaine public

Equivalent matière de l'énergie libérée

- Bombe A, Hiroshima:
1 g de matière
- La plus grosse bombe H (russe),
2,5 kg de matière



Soleil

Wikipédia - Soleil- domaine public
Comprendre le monde ... les deux infinis

Le soleil perd plus de
4 000 000 de
tonnes par
seconde
Pour nous éclairer
et chauffer

L'énergie électrique
produite annuellement
en France
(500 TWh env.)
→ 20 kg de masse
équivalente

Les 3 relativités - en résumé

34

- Par rapport au modèle fixiste géocentré, Les 3 relativités vont proposer au cours des siècles une autre vision de notre Univers.
- Principe d'équivalence : masse gravitationnelle et masse inertielle sont identiques
- Relativité galiléenne: les lois physiques sont identiques dans des référentiels inertiels : pas de référentiel absolu, temps universel
- La relativité restreinte est la conséquence de la constance de la vitesse de la lumière dans tous les référentiels galiléens → ralentissement des horloges
- La loi d'addition des vitesses galiléenne est modifiée: la vitesse de la lumière est une limite absolue.
- **Conséquences : Effet Doppler sur la lumière ; équivalence masse-énergie: $E=mc^2$**

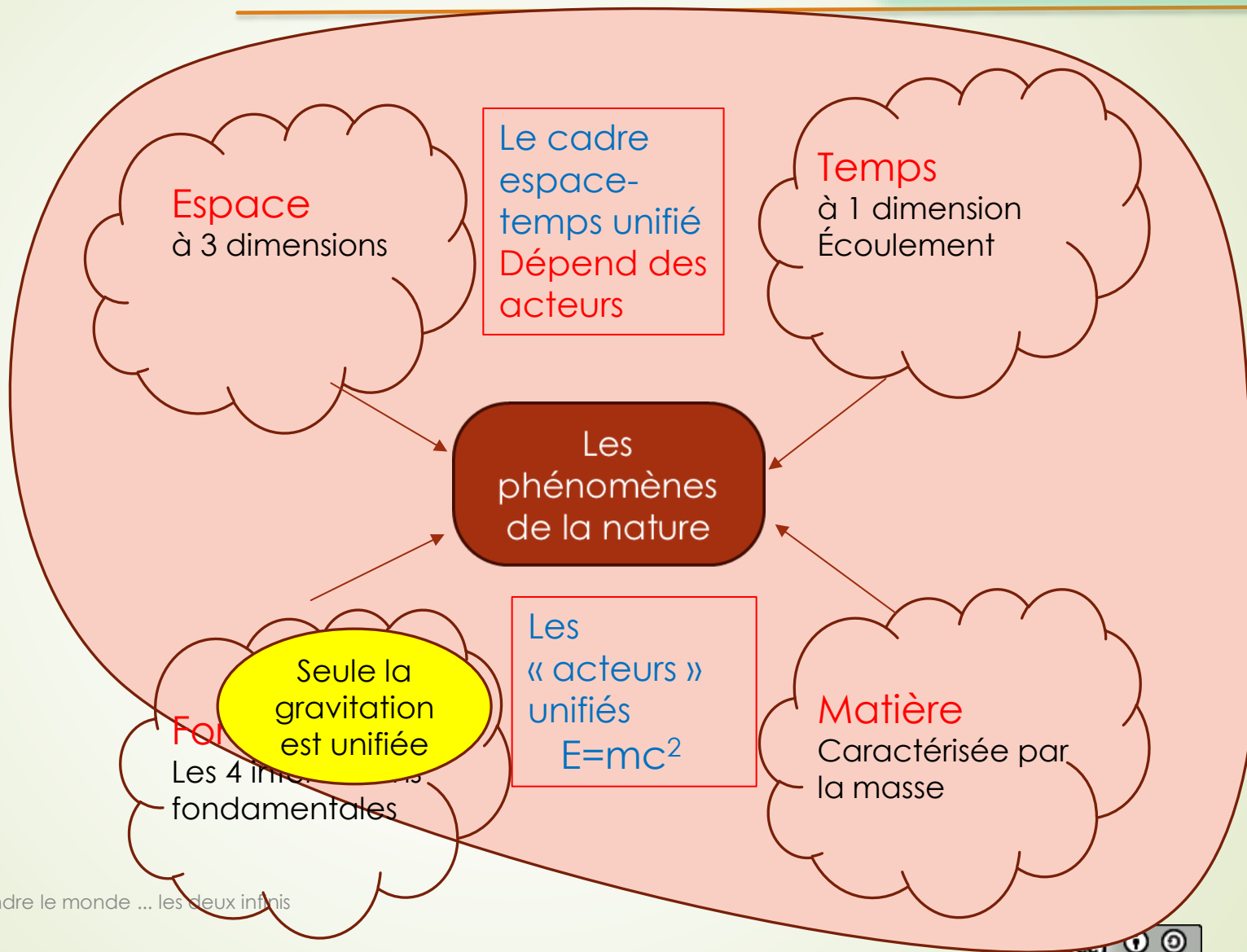
Le temps et l'espace sont **indépendants**
Il ~~existe~~ n'existe pas un **temps universel**
2 évènements peuvent être **simultanés** ~~dans des référentiels différents~~ **que dans un même référentiel**
Les distances dans l'espace-temps sont **euclidiennes** (les géodésiques sont des lignes droites)

La relativité générale

« La relativité générale est une théorie relativiste de la gravitation, c'est-à-dire qu'elle décrit l'influence sur le mouvement des astres de la présence de matière et, plus généralement d'énergie, en tenant compte des principes de la relativité restreinte ».

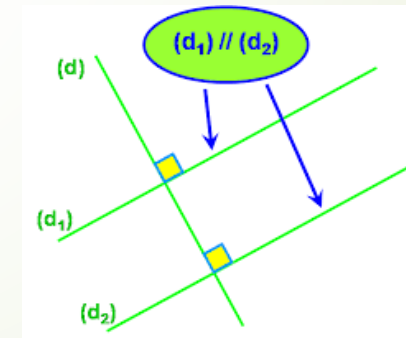
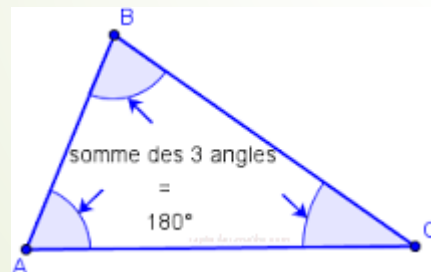
Elle est principalement l'œuvre d'Albert Einstein, dont elle est considérée comme la réalisation majeure, qu'il a élaborée entre 1907 et 1915 (Wikipedia).

Einstein l'a élaborée à une époque où la structure de l'univers était inconnue (galaxies, trous noirs, quasars, etc...)



Nous vivons dans un **espace plat (euclidien)**, même dans les Alpes :

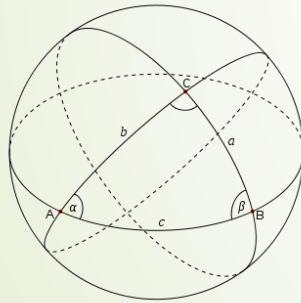
- La lumière se propage en ligne droite
- La métrique est euclidienne (Pythagore généralisé)
 $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ (Galilée) ou
 $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ (Minkowski)
- « Par un point donné, on peut mener une et une seule parallèle à une droite donnée » - axiome d'Euclide reformulé.
- Conséquences :
 - La somme des angles d'un triangle est de 180°
 - 2 droites parallèles ne se coupent jamais



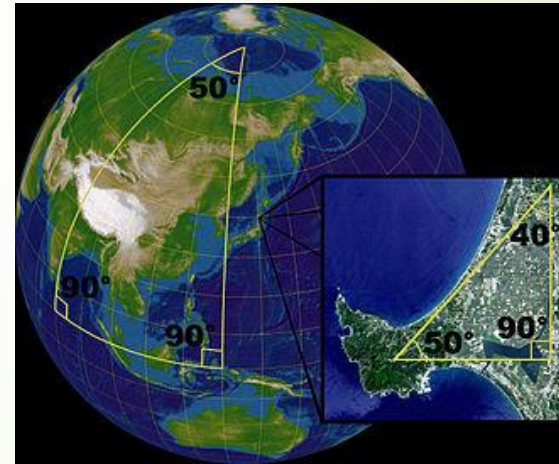
Et si nous vivions dans un espace courbe à 2 dimensions ?

La surface du globe, repérée par 2 nombres longitude-latitude.

La courbure de l'espace se calcule à partir d'un triangle **bi-rectangle**



$R \rightarrow \infty$
Courbure
nulle
Espace plat



Wikipédia, by Lars H. Rohvedder CC by-SA

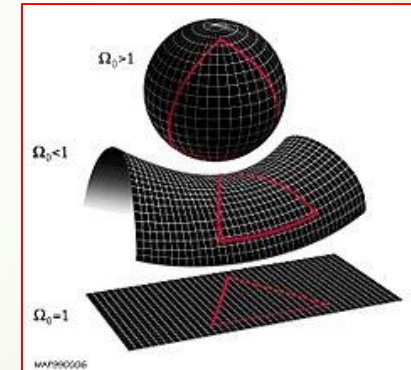
Géométrie sphérique

Si un espace est courbe **convexe** (il a un rayon de courbure fini)

- La lumière ~~se propage~~ **ne se propage plus** en ligne droite
- La métrique ~~est~~ **n'est pas euclidienne**
- « Par un point donné, on peut mener ~~une et une seule~~ **plusieurs** parallèles à une droite donnée »
- Conséquences :
 - La somme des angles d'un triangle est ~~de~~ **supérieure à 180°**
 - 2 droites parallèles ~~ne se coupent jamais~~ **peuvent se couper**

3 types de courbures spatiales possibles :

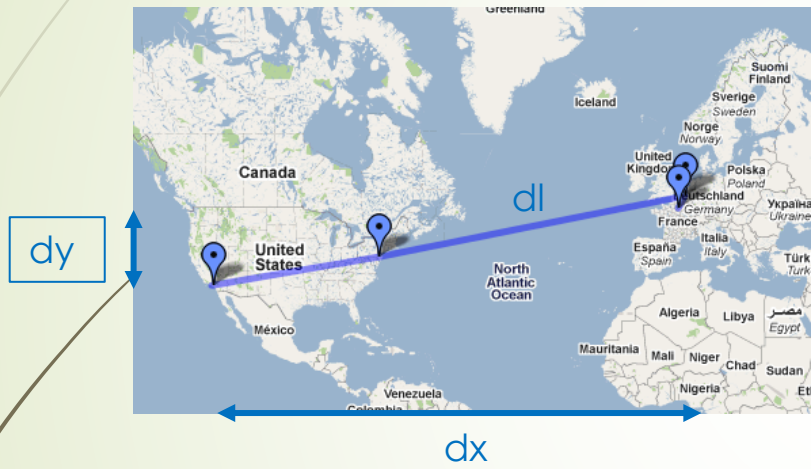
- **Plat** ($\Omega = 1$) Géométrie euclidienne courbure nulle, rayon de courbure infini)
- **Courbe** ($\Omega > 1$) Géométrie sphérique, courbure positive
- **Courbe** ($\Omega < 1$) Géométrie hyperbolique, courbure négative



Forme de l'Univers –
Wikipédia – Domaine public

Distance Paris- San Francisco

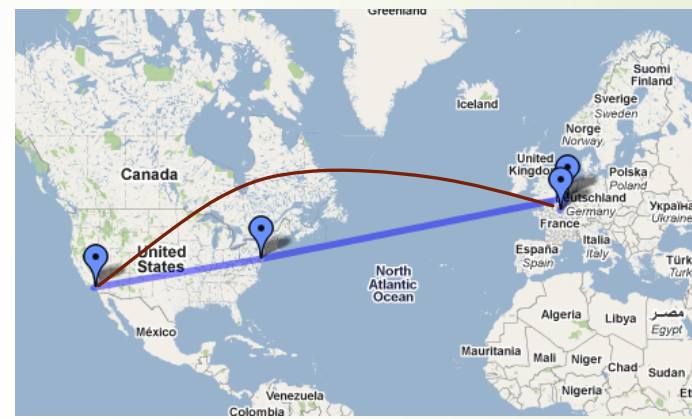
Métrie euclidienne



$$dl^2 = dx^2 + dy^2$$

Pour les partisans de la Terre plate

Comprendre le monde ... les deux infinis



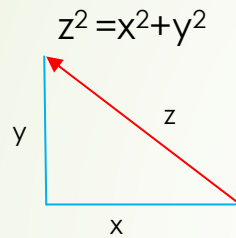
$$dl^2 = \alpha^2 dx^2 + 2\lambda dx dy + \beta^2 dy^2$$

Car la Terre est ronde



La clé qui ouvre la porte des univers courbes ?

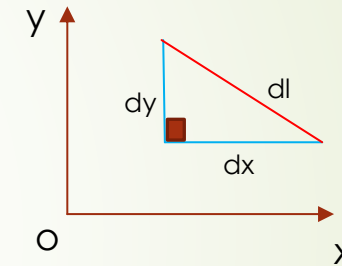
Le théorème « dit » de Pythagore (600 ans avant JC)



Que l'on note en géométrie différentielle

$$dl^2 = dx^2 + dy^2$$

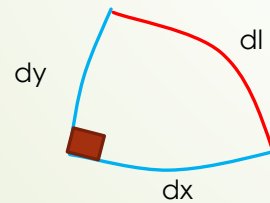
Métrieque euclidienne



Dans un espace courbe, le Théorème de Pythagore n'est plus valable pour calculer les distances

$$dl^2 = \alpha dx^2 + \beta dy^2 + 2\lambda dx \cdot dy$$

Changement de métrique
 (α, β, λ) dépendent de la courbure
 plat ← espace → courbe



On passe de $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ à $\begin{pmatrix} \alpha & \lambda \\ \lambda & \beta \end{pmatrix}$

Se généralise à 3, 4, ... dimensions

Les 3 relativités - en résumé

44

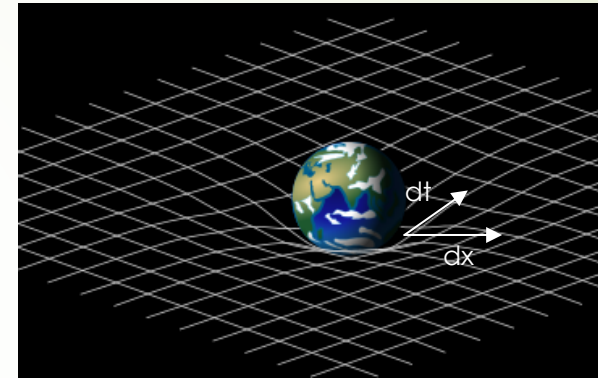
- Par rapport au modèle fixiste géocentré, Les 3 relativités vont proposer au cours des siècles une autre vision de notre Univers.
- Principe d'équivalence : masse gravitationnelle et masse inertielle sont identiques
- Relativité galiléenne: les lois physiques sont identiques dans des référentiels inertiels : pas de référentiel absolu, temps universel
- La relativité restreinte est la conséquence de la constance de la vitesse de la lumière dans tous les référentiels galiléens → ralentissement des horloges
- La loi d'addition des vitesses galiléenne est modifiée: la vitesse de la lumière est une limite absolue.
- L'écoulement du temps dépend du référentiel : les horloges des référentiels en mouvement ralentissent pour un observateur extérieur. Le Temps absolu n'existe pas.
- Conséquences : Effet Doppler sur la lumière ; équivalence masse-énergie: $E=mc^2$
- Dans un espace courbe, la lumière suit les géodésiques de l'espace, elle ne se propage pas en ligne droite.

Les masses (l'énergie en général) déforment l'espace-temps ;
la métrique n'est plus euclidienne $ds^2 \neq c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$

A 2 dimensions

$$ds^2 = g_{11} dt^2 + g_{12} dx dt + g_{12} dt dx + g_{22} dx^2$$

Les coefficients $g_{11}, g_{12}, g_{21}, \dots$ dépendent de la position dans l'espace courbe (non-euclidien)



Wikipédia – by Mysiá – CC A SA 4.0

Déformation de l'espace-temps autour de la Terre (analogie)

L'équation de la relativité générale d'Einstein permet de calculer la déformation (courbure) de l'espace en tout point de l'univers

L'équation de la Relativité générale d'Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

La courbure de
l'espace-temps

La densité
d'énergie

En tout point de l'espace-temps: la courbure de l'espace-temps (**R**) est proportionnelle à la densité d'énergie (**T**).

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

La courbure de l'espace-temps (**R**) est proportionnelle à la densité d'énergie (**T**). Cette équation prévoit:

- Les lentilles gravitationnelles
- Le ralentissement des horloges dans un champ de pesanteur
- Les trous noirs
- Les ondes gravitationnelles

C'est l'équation modèle pour **étudier l'histoire de l'Univers (« big bang ») et son avenir**

Les 3 relativités - en résumé

48

- Par rapport au modèle fixiste géocentré, Les 3 relativités vont proposer au cours des siècles une autre vision de notre Univers.
- Principe d'équivalence : masse gravitationnelle et masse inertielle sont identiques
- Relativité galiléenne: les lois physiques sont identiques dans des référentiels inertiels : pas de référentiel absolu, temps universel
- La relativité restreinte est la conséquence de la constance de la vitesse de la lumière dans tous les référentiels galiléens → ralentissement des horloges
- La loi d'addition des vitesses galiléenne est modifiée: la vitesse de la lumière est une limite absolue.
- L'écoulement du temps dépend du référentiel : les horloges des référentiels en mouvement ralentissent pour un observateur extérieur. Le Temps absolu n'existe pas.
- Conséquences : Effet Doppler sur la lumière ; équivalence masse-énergie: $E=mc^2$
- Dans un espace courbe, la lumière suit les géodésiques de l'espace, elle ne se propage pas en ligne droite.
- **Les phénomènes physiques se produisent dans un espace-temps (à 4 dimensions) courbé localement par l'énergie. Cette courbure est l'origine de la gravité.**

Équation d'Einstein – extrêmement difficile (impossible) à résoudre dans le cas général.
Solutions connues que pour quelques cas particuliers (masse isolée, masse isolée tournante, etc.)

La masse isolée dans l'espace



De l'espace plat

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) \text{ à l'infini}$$

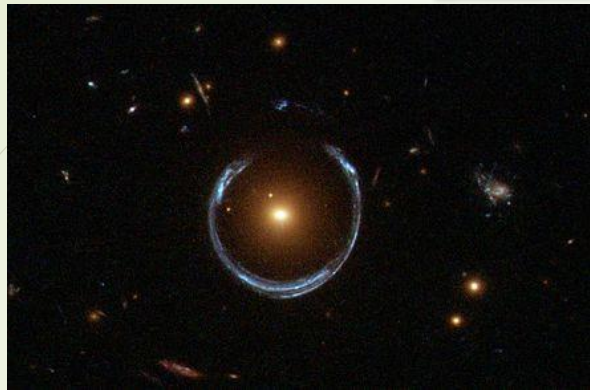
À l'espace courbe de la relativité générale (métrique selon une direction radiale)

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dl^2}{1 - \frac{2Gm}{c^2 r}}$$

Dans le cas général, où les directions interviennent, on utilise les coordonnées polaires : $(x, y, z) \rightarrow (r, \theta, \varphi)$:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2Gm}{c^2 r}} - r^2(d\theta + \sin \theta d\varphi)^2$$

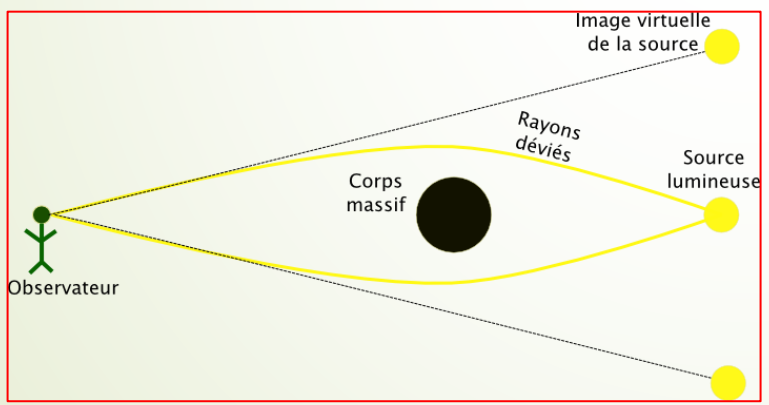
La ligne droite dans l'espace n'est plus le plus court chemin d'un point à un autre : les photons se déplacent selon les géodésiques



L'espace vu par le satellite Hubble

Lentille gravitationnelle
by ESA/Hubble & NASA -Public domain

La lumière courbée par un trou noir (ou autre objet extrêmement massif), exactement comme prédit par Einstein



Comprendre le monde ... les deux infinis



Lentille gravitationnelle
By Hubble - NASA/ESA/STScI/UCLA -Public domain

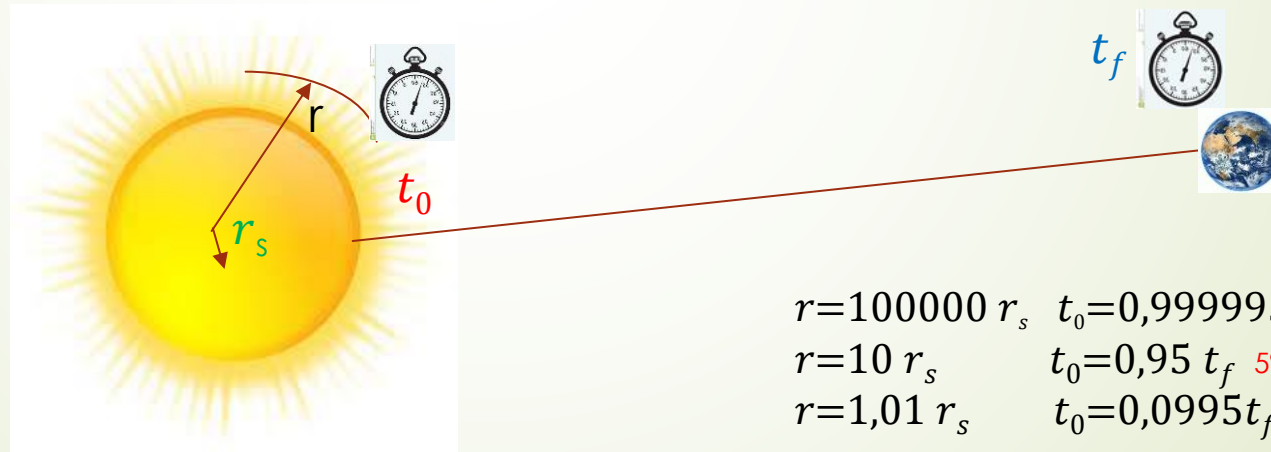


Le ralentissement des horloges à une distance r d'une grande masse

$$t_0 = t_f \sqrt{1 - \frac{2Gm}{c^2 r}}$$

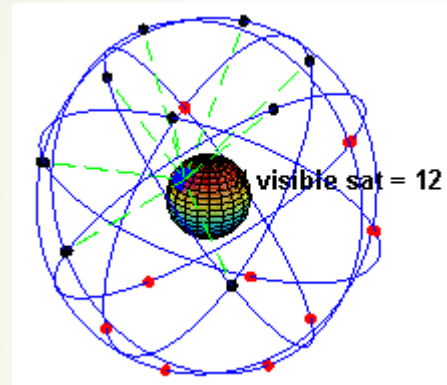
t_0 est le temps mesuré par une horloge se rapprochant de la masse (distance r)
 t_f est le temps mesuré par une horloge très éloignée

La distance $r_s = \frac{2Gm}{c^2}$ (rayon de Schwarzschild) joue un rôle particulier

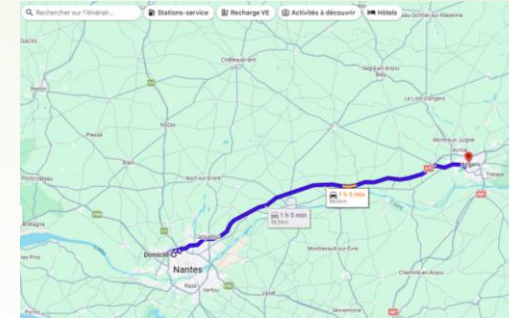


- $r = 100000 r_s \quad t_0 = 0,999995 t_f$
- $r = 10 r_s \quad t_0 = 0,95 t_f$ 5% de retard
- $r = 1,01 r_s \quad t_0 = 0,0995 t_f$

Le GPS (Global positioning system)



Système de positionnement par satellites
Wikipedia – Domaine public



2 corrections relativistes par rapport aux horloges terrestres

- Retard (mouvement des satellites)
- **Avance : densité d'énergie plus faible dans l'espace qu'au niveau de la Terre**

Au bilan $37 \mu\text{s}$ / jour, une dérive de 10 km environ par jour

Le centre de la Terre est plus jeune de 2 ans que sa surface

(et votre tête plus vieille –un peu- que vos pieds, si vous passez plus de temps debout que couché...)

Que se passe-t-il si $r \rightarrow r_s$?

Singularité dans la métrique ?

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dl^2}{1 - \frac{r_s}{r}}$$

Les horloges ralentissent indéfiniment en se rapprochant de la limite r_s (pour un observateur lointain) :

$$t_0 = t_f \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

Si $r \rightarrow r_s$ alors $t_0 \rightarrow 0$

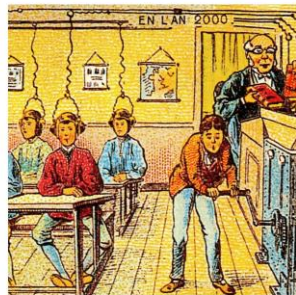
r_s est l'**horizon** des évènements

À des distances proches du rayon de Schwarzschild r_s , le **temps se fige** (pour un observateur extérieur), la courbure de l'espace est infinie (**rayon de courbure infiniment petit**).

- Par rapport au modèle fixiste géocentré, Les 3 relativités vont proposer au cours des siècles une autre vision de notre Univers.
- Principe d'équivalence : masse gravitationnelle et masse inertielle sont identiques
- Relativité galiléenne: les lois physiques sont identiques dans des référentiels inertiels : pas de référentiel absolu, temps universel
- La relativité restreinte est la conséquence de la constance de la vitesse de la lumière dans tous les référentiels galiléens → ralentissement des horloges
- La loi d'addition des vitesses galiléenne est modifiée: la vitesse de la lumière est une limite absolue.
- L'écoulement du temps dépend du référentiel : les horloges des référentiels en mouvement ralentissent pour un observateur extérieur. Le Temps absolu n'existe pas.
- Conséquences : Effet Doppler sur la lumière ; équivalence masse-énergie: $E=mc^2$
- Dans un espace courbe, la lumière suit les géodésiques de l'espace, elle ne se propage pas en ligne droite.
- Les phénomènes physiques se produisent dans un espace-temps (à 4 dimensions) courbé localement par l'énergie. Cette courbure est l'origine de la gravité.
- La courbure est calculable au voisinage d'un corps pesant et rend compte de phénomènes comme les lentilles gravitationnelles, le ralentissement des horloges et les trous noirs.

Et notre Univers dans tout çà ?

Des vidéo conférences sur la chaîne YouTube : [la Science de Bernie – Saison 3](#)



Des podcasts sur Spotify
[La science de Bernie](#)

Mon blog <https://un-peu-de-physique.fr/>
Des cours, des ressources...

